Classe 4B – Compito di matematica – 13 dicembre 2001

Esercizio 1

Risolvere la disequazione: $\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{3}\sin x - \cos x) > 0$.

Basta osservare che, per il dominio, si deve avere $\sqrt{3}\sin x - \cos x > 0$, dopodiché, essendo la base minore di 1, la disequazione è equivalente a $\sqrt{3}\sin x - \cos x < 1$. I primi membri delle due equazioni si possono scrivere: $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x\right) = 2\left(\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right)$. Si tratta di risolvere il sistema: $0 < \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) < 1$, di immediata risoluzione.

Esercizio 2

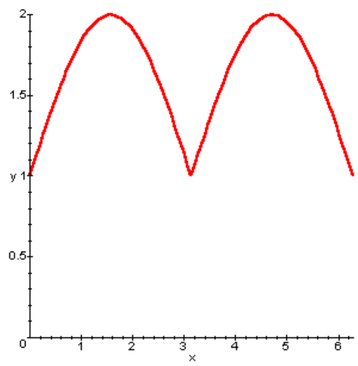
Trovare il dominio della seguente funzione: $f(x) = \sqrt{2tgx + 1}$.

La soluzione è immediata: $k\pi + arctg\left(-\frac{1}{2}\right) \le x < \frac{\pi}{2} + k\pi$

Esercizio 3

Tracciare il grafico della seguente funzione: $f(x) = 1 + |\sin x|$, limitatamente all'intervallo $[0,2\pi]$.

Basta prima tracciare il grafico di $|\sin x|$ e poi traslarlo di una unità verso l'alto, ottenendo:



Esercizio 4

Risolvere la disequazione $\cos|x| \le \frac{1}{2}$

L'esercizio è banale se si osserva che, per $x \ge 0$, $\cos|x| = \cos x$, mentre per $x < 0$ $\cos|x| = \cos(-x) = \cos x$.
Quindi $\cos|x| = \cos x$, per ogni x.

Esercizio 5

Trovare il periodo delle seguenti funzioni $f(x) = \sin(3x)$, $g(x) = \sin(2x)$, $h(x) = \sin(3x) + \sin(2x)$.

Le prime due funzioni hanno periodo $\frac{2\pi}{3}$ e π, per cui la terza ha periodo 2π.