

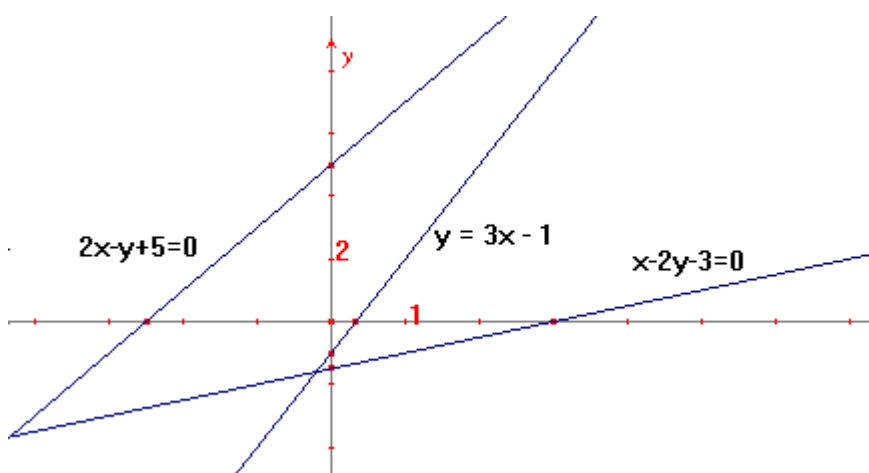
Classe 3B – Compito di matematica – 2 novembre 2001

Valutazione: Gli esercizi 1, 2, 3 hanno un punteggio massimo di 1 punto per ognuna delle domande. L'esercizio 4 ha un punteggio massimo di 3 punti per ogni domanda. Il totale sarà rapportato a dieci con una formula che terrà anche conto dell'andamento complessivo del compito per la classe.

Argomento del compito: disequazioni in una incognita; introduzione alla geometria analitica.

1) Tracciare il grafico delle seguenti funzioni e/o equazioni di primo grado:

- a) $2x-y+5=0$
- b) $x-2y-3=0$
- c) $y=3x-1$



2) Dire se le seguenti coppie di rette sono parallele o perpendicolari. Nel caso non siano parallele trovare il loro punto di intersezione.

- a) $x-2y+5=0$ $4x+2y-1=0$
- b) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})x-y+1=0$ $x+(\sqrt{3}+\sqrt{2})y-5=0$
- c) $2x+y-3=0$ $x+2y-4=0$

a) Sono perpendicolari perché $(1, -2) \cdot (4, 2) = 0$. Il loro punto di intersezione è $\left(-\frac{4}{5}, \frac{21}{10}\right)$.

b) Non sono né parallele né perpendicolari. Il loro punto di intersezione è $\left(\frac{5-\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{3}-5\sqrt{2}+1}{2}\right)$.

c) Non sono né parallele né perpendicolari. Il loro punto di intersezione è: $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$

3) Scrivere l'equazione delle rette passanti per le seguenti coppie di punti:

- a) (2,3) (-1,2)
- b) (5,2) (-3,2)
- c) (1,5) (1,3)

a) $x-3y+7=0$

b) $y-2=0$

c) $x-1=0$

4) Risolvere le seguenti disequazioni:

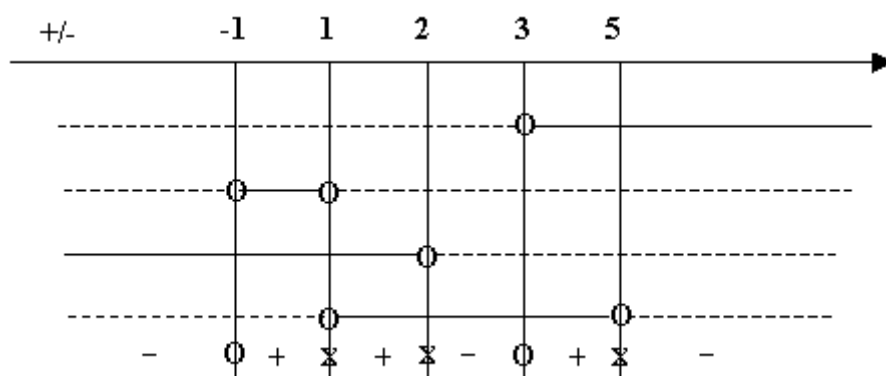
a) $x - \sqrt{x^2 - 1} < 0$

b) $\frac{(x-3)(1-x^2)}{(2-x)(-x^2+6x-5)} \leq 0$

c) $\frac{1 - \sqrt{3x-1}}{x^2} \geq 0$

a) Il dominio è: $x \leq -1 \vee x \geq 1$. La disequazione si può scrivere $x < \sqrt{x^2 - 1}$. Se x è negativo la disequazione è banalmente verificata. Se x è positivo si eleva al quadrato e si ottiene $0 < -1$, che è chiaramente falsa. L'insieme delle soluzioni è allora: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$.

b) Conviene fare un grafico del tipo +/-, dal quale si traggono immediatamente le conclusioni:



$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \vee 1 < x \leq 2 \vee 3 \leq x < 5 \vee x > 5\}$$

c) Il dominio è $x \geq \frac{1}{3}$. Il denominatore si può allora tranquillamente eliminare (tenendo conto del dominio!) e la disequazione si scrive: $1 \geq \sqrt{3x-1}$. Quadrando e semplificando si ottiene facilmente $x \leq \frac{2}{3}$. L'insieme delle soluzioni è dunque: $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}\right\}$.