

# Matematica per l'eccellenza, Esercizio 1.9

---

Materiale prelevato da

<http://www.batmath.it/matematica/eccell/es1/es1.htm>

Versione del 24 marzo 2010

## Testo

Data una sfera di legno, una riga non graduata, un compasso (adatto solo a costruire cerchi e a riportare misure), e un foglio di carta, costruire sul foglio di carta un segmento congruente al raggio della sfera.

(Esercizio prelevato da Engel,A., *Problem Solving Strategies*, Springer, New York, 1998.)

## Soluzione

Si prenda un punto  $A$  qualunque sulla sfera e si tracci, sulla sfera, una circonferenza,  $\gamma$ , con centro in  $A$ . Questa circonferenza giace in un piano secante la sfera e ha centro (interno alla sfera) in un punto  $Q$ . La retta  $AQ$  passa per il centro  $C$  della sfera e incontra la sfera stessa in un punto  $B$ , diametralmente opposto ad  $A$ . La costruzione con riga e compasso si propone di tracciare sul foglio di carta un segmento  $A'B'$  congruo ad  $AB$ .

Cominciamo con il riprodurre la circonferenza  $\gamma$  (che ha un raggio minore dell'apertura del compasso usato per tracciarla!) sul foglio di carta: scegliamo per questo a caso tre punti  $S, T, U$  su  $\gamma$  e, usando il compasso per riportare le misure, costruiamo sul foglio un triangolo  $S'T'U'$  congruo a  $STU$ . Troviamo poi il circocentro  $Q'$  di questo triangolo.

Osserviamo ora che il triangolo  $ASB$  (oppure  $ATB$ , oppure  $AUB$ ) è rettangolo, perché inscritto in una semicirconferenza. Congiungiamo allora  $Q'$  con uno dei tre vertici del triangolo, per esempio  $S'$ , e per  $Q'$  tracciamo la perpendicolare  $s$  a  $Q'S'$ . A questo punto è facile riprodurre sul foglio di carta il triangolo  $ASB$ : basta centrare in  $S'$ , con apertura di compasso uguale ad  $AS$  (quella che ci è servita per tracciare  $\gamma$  sulla sfera) e individuare su  $s$  il punto  $A'$ ; il punto  $B'$  sarà dato dalla proprietà che  $A'S'B'$  deve essere rettangolo in  $S'$ , con ipotenusa su  $A'Q'$ : il gioco è fatto...