Quesiti di fisica

Luciano Battaia

Un aiuto per i test a risposta aperta

Versione del 24 marzo 2007– Work in progress

Questi appunti contengono una raccolta dei quesiti a risposta breve o a risposta aperta proposti agli allievi durante i test di verifica. Non si tratta di un sommario del corso di fisica, e la raccolta non ha alcuna pretesa di completezza o di sistematicità: scopo principale è quello di fornire modelli per le risposte da inserire nei test o per le verifiche orali.

Indice

Premessa

Il target per questi appunti è costituito da studenti del triennio terminale del Liceo Scientifico, pertanto occorre tenere presente che gli strumenti matematici a disposizione sono molto limitati, con ovvie ripercussioni sia sul tipo di quesiti proposti che sul linguaggio utilizzato.

Le risposte ai vari quesiti sono volutamente sintetiche, come si conviene in un test, e non intendono trattare in maniera esaustiva gli argomenti proposti, piuttosto sono costruite con il preciso scopo di focalizzare e centrare l'attenzione esclusivamente sui concetti richiesti.

Troppo spesso, infatti, i quesiti a risposta aperta sono interpretati dagli allievi in maniera troppo *aperta*, come se le domande fossero del tipo:

- Trascrivi tutto il contenuto del testo, o degli appunti distribuiti dal docente, o degli appunti presi a lezione, relativamente al paragrafo o sezione in cui si parla del problema richiesto.
- Parla di qualunque cosa connessa alla domanda, pur di non lasciare il foglio in bianco.
- Comincia il più lontano possibile: qualcosa da dire si troverà sempre.
- ...

Si tenga anche presente che i quesiti, seppur raggruppati per argomento, non sono inseriti in ordine progressivo secondo lo sviluppo del programma.

Capitolo 1

Preliminari matematici

1.1 Vettori e loro proprietà

1.1.1 Somma tra vettori e sue proprietà

Quesito Elencare, spiegandone il significato, le proprietà di cui gode l'operazione di somma tra vettori.

Risposta L'operazione di somma tra vettori ha le stesse proprietà della somma tra numeri, e precisamente

1. *Associativa*: $\forall\,\vec{u}\,\vec{v}\,\vec{w}, (\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$; questa proprietà ci consente di evitare l'uso delle parentesi nelle somme di più di due addendi.
2. *Esistenza dell'elemento neutro*: $\exists\,\vec{w}\,|\vec{v}+\vec{w}=\vec{v},\forall\,\vec{v}$; il vettore $\vec{w}$ è abitualmente indicato con $\vec{0}$, o semplicemente con 0 ed è chiamato *vettore nullo*.
3. *Esistenza dell'opposto*: $\forall\,\vec{v}\,\exists\,\vec{w}\,\Big|\vec{v}+\vec{w}=\vec{0}$; il vettore $\vec{w}$ è indicato con $-\vec{w}$ ed è chiamato *opposto* di $\vec{w}$.
4. *Commutativa*: $\forall\,\vec{v}\,\vec{w}, \vec{v}+\vec{w}=\vec{w}+\vec{v}$ (l'ordine degli addendi non è influente per il calcolo della somma).

1.1.2 Definire il prodotto scalare tra vettori

Quesito Dare la definizione di prodotto scalare tra vettori.

Risposta Dati due vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$, si chiama loro prodotto scalare, e si indica con $\vec{u}\cdot\vec{v}$ il numero $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\alpha$, ove α è uno dei due angoli individuati dai due vettori, se rappresentati con l'origine in comune. Se si è introdotto un sistema di coordinate cartesiane, allora $\vec{u}=(u_x,u_y,u_z)$, e analogo per $\vec{v}$. Si dimostra che si ha anche $\vec{u}\cdot\vec{v}=u_xv_x+u_yv_y+u_zv_z$.

1.1.3 Proprietà del prodotto scalare

Quesito Elencare le proprietà del prodotto scalare tra due vettori.

Risposta Il prodotto scalare tra due vettori gode delle seguenti proprietà:

- $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}$
- $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{v}\cdot\vec{w}$;
- $a\,(b\,(\vec{u}))=(ab)\,\vec{u}$
- $-1\vec{u}=-\vec{u}$
- $0\vec{u}=\vec{0}$

1.1.4 Prodotto scalare e proprietà associativa

Quesito Ha senso la considerazione della proprietà associativa per il prodotto scalare tra vettori?

Risposta Un'operazione $\star$ in un insieme V, si dice associativa se $(u \star v) \star w = u \star (v \star w)$. Nel caso del prodotto scalare la scrittura $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$ è priva di senso, perchè il risultato dell'operazione $\vec{u} \cdot \vec{v}$ è un numero e non ha senso fare il prodotto scalare con un terzo vettore.

Quesito Spiegare che cosa significa la seguente affermazione: *esiste una corrispondenza biunivoca tra i vettori del piano e le coppie di numeri reali con le usuali operazioni, corrispondenza che rispetta le operazioni di somma e prodotto per un numero*

Risposta Il significato di corrispondenza biunivoca è banale. Consideriamo poi due vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$, le due coppie corrispondenti (v_1, v_2) e (w_1, w_2), e un numero reale λ. Indichiamo con $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$ il vettore somma e con (u_1, u_2) la sua coppia corrispondente. Dire che *la corrispondenza rispetta la somma e il prodotto per un numero* significa dire che (u_1, u_2) è anche la coppia somma delle coppie (v_1, v_2) e (w_1, w_2), ovvero che è indifferente se prima trovo le coppie corrispondenti a due vettori e poi ne faccio la somma oppure se prima faccio la somma e poi trovo la coppia corrispondente al vettore somma. Analogo discorso per il prodotto per il numero λ: è esattamente la stessa cosa fare prima il prodotto di un vettore per un numero e poi trovare la coppia che gli corrisponde, oppure trovare prima la coppia che corrisponde al vettore e poi moltiplicare questa per il numero dato.

1.2 Misura degli angoli

1.2.1 Misura in radianti di un angolo

Quesito Che cosa si intende con misura in radianti di un angolo?

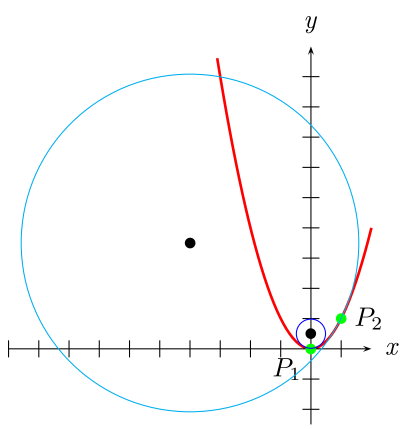
Risposta Dato un angolo $\angle AOB = \alpha$, consideriamo una circonferenza di centro O e raggio r. L'angolo $\angle AOB$ stacca sulla circonferenza un arco di lunghezza a. Si chiama misura in radianti dell'angolo il rapporto tra la lunghezza a dell'arco e il raggio r della circonferenza. Si usa scrivere $\alpha^r = \frac{a}{r}$. Poichè nella grande maggioranza delle applicazioni si utilizza solo la misura in radianti degli angoli, abitualmente l'apice ^{r} si tralascia e si scrive solamente α. Si può anche attribuire un segno all'angolo, con la convenzione di chiamare positivi gli angoli orientati in senso "antiorario", negativi quelli in senso "orario".

1.3 Curve e loro proprietà

1.3.1 Circonferenza osculatrice

Quesito Dare la definizione di circonferenza osculatrice ad una curva piana in un suo punto P.

Risposta Sia data una curva piana e sia P un suo punto. Considerati altri due punti S e T distinti da P, nell'ipotesi che P, S, T non siano allineati esiste un'unica circonferenza passante per essi. Variando la posizione di S e T, con P fisso, la circonferenza varia. In condizioni di sufficiente regolarità, se S e T 'tendono' a P, la circonferenza tende ad una posizione limite, detta *circonferenza osculatrice in* P, nello stesso modo in cui una retta secante passante per due punti P e Q tende ad una posizione limite detta *retta tangente in* P, se P rimane fermo e Q tende a P. Nella figura sono rappresentate le circonferenze osculatrici a dun parabola in due diversi punti.



1.3.2 *Curvatura e raggio di curvatura*

Quesito Che cosa sono il raggio di curvatura e la curvatura di una curva piana?

Risposta Data una curva piana e un suo punto P, si consideri la sua circonferenza osculatrice in P. Il raggio e il reciproco del raggio di questa circonferenza, r e $\gamma = \frac{1}{r}$, si chiamano, rispettivamente, raggio di curvatura e curvatura della curva nel punto P.

Capitolo 2

Cinematica

2.1 Moti curvilinei

2.1.1 *Proprietà della velocità in un moto curvilineo*

Quesito Spiegare perché in un moto curvilineo la velocità è un vettore tangente alla traiettoria.

Risposta Basta ricordare che il vettore velocità è definito mediante $\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{r}}{dt} = \frac{\overrightarrow{r}_f - \overrightarrow{r}_i}{dt}$. Se l'intervallo di tempo è *infinitamente* piccolo, gli estremi del vettore $d\overrightarrow{r}$ sono quasi coincidenti e la sua direzione è, per definzione, quella della tangente alla traiettoria.

2.1.2 *Definizione di velocità in un moto curvilineo*

Quesito Dare la definizione di velocità in un moto curvilineo.

Risposta Considerato il punto mobile P e due istanti, che possiamo indicare con t_i (istante iniziale) e t_f (istante finale), chiamiamo P_i e P_f le corrispondenti posizioni del punto P, ed $\overrightarrow{r}_i$ e $\overrightarrow{r}_f$ i corrispondenti vettori posizione. Si chiama velocità media del punto P relativamente all'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$, il rapporto $\frac{\overrightarrow{r}_f - \overrightarrow{r}_i}{\Delta t} = \frac{\Delta\overrightarrow{r}}{\Delta t}$. Se l'intervallo di tempo è *infinitamente* piccolo, tale risulta (nei casi ordinari!) anche il vettore $\Delta\overrightarrow{r}$. In questa situazione la velocità prende il nome di *velocità istantanea* e si scrive: $\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{r}}{dt}$

2.1.3 *Caratteristiche della velocità in un moto curvilineo*

Quesito Elencare le caratteristiche del vettore velocità in un moto curvilineo.

Risposta Il vettore velocità in un moto curvilineo ha:

1. *direzione* tangente alla traiettoria lunga la quale si muove il punto
2. *verso* di avanzamento del punto sulla traiettoria
3. *modulo* determinabile come rapporto tra l'arco ds di traiettoria percorsa in un intervallo di tempo dt e l'intervallo stesso: $|v| = \left|\frac{ds}{dt}\right|$

2.1.4 *Accelerazione centripeta in un moto circolare uniforme*

Quesito Se il moto circolare di un punto è *uniforme*, perchè c'è ugualmente un'accelerazione?

Risposta L'aggettivo uniforme usato in questo contesto si riferisce al modulo della velocità, e non al vettore velocità. Il vettore velocità, essendo tangente alla traiettoria, non può essere costante: la sua direzione varia continuamente. Delle due componenti dell'accelerazione (centripeta e tangenziale) è diversa da zero, in questo caso come in tutti i moti uniformi, solo la accelerazione centripeta, il cui modulo vale $\frac{v^2}{r}$. Si ricordi che r è il raggio di curvatura della curva in un suo punto generico e, nel caso del moto circolare, è semplicemente il raggio della circonferenza.

2.1.5 Coordinate polari in un moto circolare

Quesito Quali sono i vantaggi derivanti dall'uso delle coordinate polari rispetto a quelle cartesiane in un moto circolare?

Risposta Le coordinate cartesiane (x, y) di un punto mobile su una circonferenza variano entrambe durante il moto. Se invece si usano le coordinate polari $[\rho, \vartheta]$, scelte in modo che l'origine sia nel centro della circonferenza, la prima coordinata, ρ, rimane costante durante il moto (é sempre uguale al raggio della circonferenza); inoltre nel caso particolarmente importante di moto uniforme la seconda coordinata ϑ varia in maniera molto semplice nel tempo: $\vartheta = \vartheta_0 + \omega t$, esattamente come l'ascissa in un moto rettilineo ed uniforme.

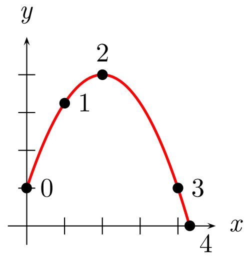
2.1.6 Velocità angolare in un moto circolare

Quesito Che cos'è la velocità angolare in un moto circolare?

Risposta Considerata la rappresentazione del moto di un punto in coordinate polari con origine nel centro della traiettoria circolare, la coordinata ϑ varia nel tempo, secondo una legge opportuna $\vartheta = \vartheta(t)$. Se consideriamo un intervallo di tempo $[t_i, t_f]$, e indichiamo con ϑ_i e ϑ_f rispettivamente l'angolo iniziale e finale corrispondenti, si chiama *velocità angolare media* il rapporto $\overline{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_f - \varphi_i}{t_f - t_i}$. Se l'intervallo di tempo in questione è *infinitamente piccolo*, lo stesso rapporto si chiama velocità angolare istantanea o semplicemente *velocità angolare* e si indica con ω.

2.1.7 Modulo della velocità in un moto parabolico

Quesito Un proiettile lanciato con velocità iniziale $\overrightarrow{v}_0$ nota, descrive il moto parabolico rappresentato in figura. Si chiede di dire se il modulo del vettore velocità nei punti $1, 2, 3, 4$ indicati è maggiore o minore del modulo del vettore $\overrightarrow{v}_0$, giustificando la risposta.



Risposta In un moto parabolico come quello considerato la velocità 'orizzontale' è costante, mentre la velocità 'verticale' diminuisce dalla posizione iniziale 0 fino ad annullarsi nella posizione 2. Successivamente cambia di segno, diventando negativa e crescendo in modulo. Nella posizione 3 la velocità 'verticale' ha lo stesso modulo che aveva all'inizio, nella posizione 4 è aumentata in modulo. Si conclude, tenendo conto che $|\overrightarrow{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2}$, che la velocità ha modulo in diminuzione da 0 a 1 a 2 (dove raggiunge il valore minimo); in 3 ha lo stesso modulo che aveva alla partenza; in 4 ha modulo maggiore.

2.1.8 Velocità angolare e velocità periferica in un moto circolare

Quesito Qual è la differenza tra velocità angolare e velocità periferica in un moto circolare?

Risposta La velocità periferica è una misura dello spazio (arco di circonferenza) percorso nel tempo, mentre la velocità angolare è un misura dell'angolo percorso nel tempo. Esse si possono definire, rispettivamente, nel seguente modo:

velocità periferica: in questo confronto tra le due velocità siamo interessati solo al modulo della velocità periferica; indicato con $[t_f, t_i]$ un intervallo di tempo, con s_f e s_i i rispettivi archi percorsi sulla circonferenza, possiamo scrivere: $v = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{ds}{dt}$;

velocità angolare: considerato sempre l'intervallo di tempo $[t_f, t_i]$, e indicati con φ_f e con φ_i i rispettivi angoli descritti dal punto mobile, possiamo scrivere: $\omega = \frac{\varphi_f - \varphi_i}{t_f - t_i} = \frac{d\varphi}{dt}$.

Tenendo conto del legame tra angoli e archi derivante dalla definizione di misura in radianti di un angolo ($arco = angolo \cdot raggio$), possiamo anche ricavare il seguente legame tra le due velocità: $v = \omega r$.

2.1.9 *Accelerazione centripeta e tangenziale*

Quesito Che cosa si intende con accelerazione centripeta e con accelerazione tangenziale in un moto curvilineo? Quali ne sono le proprietà essenziali?

Risposta In un moto curvilineo l'accelerazione si può decomporre in due parti: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$, di cui la prima è chiamata *accelerazione tangenziale* e la seconda *accelerazione centripeta*. I nomi derivano dal fatto che la prima è tangente alla traiettoria (e quindi parallela alla velocità), mentre la seconda punta verso il centro di curvatura della traiettoria. Il modulo della accelerazione tangenziale misura le variazioni di intensità della velocità; il suo verso è concorde alla velocità se quest'ultima è in aumento, discorde se è in diminuzione. La accelerazione centripeta misura le variazioni di direzione della velocità ed ha modulo $|\vec{a}_c| = \frac{v^2}{\rho}$, dove ρ è il raggio di curvatura e v è il modulo della velocità. Dunque la accelerazione tangenziale è nulla nei moti uniformi, la accelerazione centripeta è nulla nei moti rettilinei. Nei moti rettilinei ed uniformi sono nulle entrambe.

Capitolo 3

Dinamica

3.1 Forze di attrito

3.1.1 *Attrito statico*

Quesito L'attrito statico e le sue proprietà essenziali.

Risposta La forza di attrito statico si manifesta al contatto tra due superfici quando non c'è moto relativo tra le due superfici. Si chiama precisamente *attrito statico* quella parte della forza di reazione che il 'piano di appoggio' esercita sul corpo che gli è 'poggiato sopra' e che è tangente alla superficie di contatto. In assenza di questa parte tangente della reazione, e quindi in presenza solo di reazione *normale*, la superficie di appoggio si dice *liscia.* La caratteristiche essenziali della forza di attrito statico sono:

1. Il modulo soddisfa la relazione: $\left|\vec{A}_s\right| \leq \mu_s \left|\vec{N}\right|$, ove $\vec{A}_s$ è la forza di attrito statico, $\vec{N}$ è la forza normale alla superficie di appoggio, μ_s è una costante, detta *coefficiente di attrito statico.* La formula fornisce solo il massimo valore della forza di attrito e non il valore effettivo della forza stessa.
2. La forza di attrito è sostanzialmente indipendente dall'area della superficie di contatto.
3. La forza di attrito dipende dal tipo di superfici a contatto e dal loro grado di levigatura.

3.1.2 *Attrito dinamico*

Quesito L'attrito dinamico e le sue proprietà essenziali.

Risposta La forza di attrito dinamico si manifesta al contatto tra due superfici quando c'è moto relativo tra le due superfici. Si chiama precisamente *attrito dinamico* quella parte della forza di reazione che il 'piano di appoggio' esercita sul corpo che gli è 'poggiato sopra' e che è tangente alla superficie di contatto. In assenza di questa parte tangente della reazione, e quindi in presenza solo di reazione *normale*, la superficie di appoggio si dice *liscia.* La caratteristiche essenziali della forza di attrito dinamico sono:

1. Il modulo soddisfa la relazione: $\left|\vec{A}_d\right| = \mu_d \left|\vec{N}\right|$, ove $\vec{A}_d$ è la forza di attrito dinamico, $\vec{N}$ è la forza normale alla superficie di appoggio, μ_d è una costante, detta *coefficiente di attrito dinamico.* La formula fornisce il valore effettivo della forza di attrito a differenza di quello che succede con l'attrito statico.
2. La forza di attrito è sostanzialmente indipendente dall'area della superficie di contatto.
3. La forza di attrito dipende dal tipo di superfici a contatto e dal loro grado di levigatura.

3.2 Lavoro ed energia

3.2.1 Lavoro e forza centripeta in un moto circolare uniforme

Quesito Nel moto circolare uniforme il modulo della velocità è costante; come si concilia, in termini di energia cinetica, questo fatto con la presenza di una forza centripeta?

Risposta La forza centripeta durante il moto circolare uniforme di un corpo non fa lavoro, in quanto esse è, in ogni istante, perpendicolare allo spostamento, per cui il coseno dell'angolo tra forza e spostamento è nullo. Pertanto, in base al teorema dell'energia cinetica, l'energia cinetica non varia e il modulo della velocità rimane costante.

3.2.2 Definizione di lavoro di una forza

Quesito Dare la definizione di lavoro di una forza.

Risposta Data una forza $\vec{F}$, agente su un punto P, supponiamo che il punto si muova lungo una certa traiettoria γ da un punto iniziale A ad un punto finale B. Per dare la definizione di lavoro distinguiamo due casi:

forza costante e spostamento rettilineo: in questo caso si definisce il lavoro della forza $\vec{F}$ per andare da A a B nel seguente modo:

$$L_{AB} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot cos\alpha$$

essendo α l'angolo tra la forza $\vec{F}$ e lo spostamento $\overrightarrow{AB}$;

forza non costante oppure spostamento non rettilineo: in questo caso occorre approssimare la traiettoria con una spezzata che soddisfi le seguenti due richieste:

1. la spezzata approssima geometricamente la curva quanto meglio possibile;
2. lungo ogni lato della spezzata la forza $\vec{F}$ rimane praticamente costante (in modulo, direzione e verso).

Si calcola allora il lavoro corrispondente ad ogni lato della spezzata e si sommano i contributi corrispondenti, ottenendo la formula:

$$L_{AB,\gamma} = \sum \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s} = \sum F \Delta s \cos\alpha$$

In ragione del fatto che l'approssimazione richiesta implica di norma che il numero di lati della spezzata sia infinitamente grande, si usa il simbolo di integrale al posto di quello di sommatoria, ottenendo:

$$L_{AB,\gamma} = \int \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{ds} = \int F \cos\alpha \, ds$$

3.2.3 Definizione di forza conservativa

Quesito Dare la definizione di forza conservativa.

Risposta Si chiama forza conservativa un forza il cui lavoro per andare da un punto A qualsiasi ad un punto B qualsiasi non dipende dalla traiettoria percorsa, ma solo dalla posizione iniziale e finale.

3.2.4 Teorema dell'energia cinetica

Quesito Enuncia il teorema dell'energia cinetica per il moto di un punto materiale, precisando l'ambito di validità.

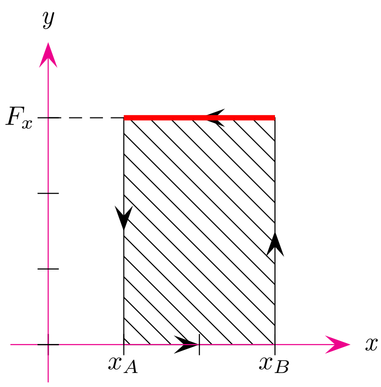
Risposta Il teorema dell'energia cinetica, o teorema delle forze vive, afferma che il lavoro compiuto dalla forza totale agente su un corpo in moto è sempre uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo, in formule $L_{AB,\gamma} = \Delta K = K_f - K_i$. E' importante sottolineare che si deve considerare il lavoro complessivo di tutte le forze applicate al punto. Inoltre il teorema si applica a qualunque tipo di forza, e non solo alle forze conservative.

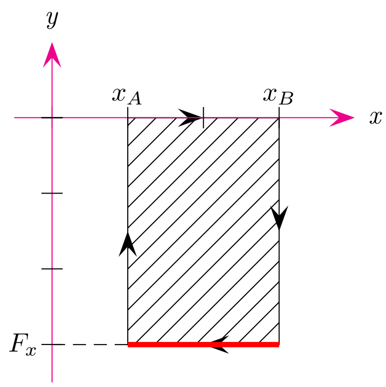
3.2.5 Lavoro come area di un'opportuna regione

Quesito Il lavoro compiuto da una forza, in un moto in una dimensione, si può calcolare mediante l'area di un'opportuna regione di un piano cartesiano in cui si sia rappresentata la forza al variare della posizione del punto. Di quale regione si tratta e come si giunge a questa conclusione?

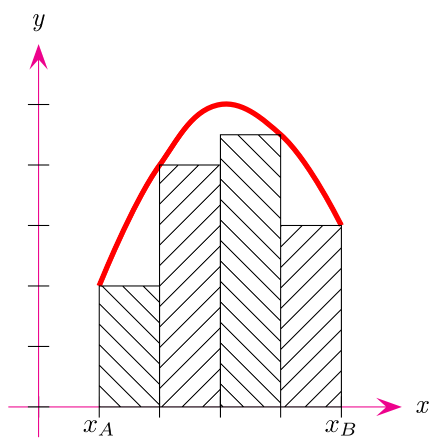
Risposta Indichiamo con x la posizione di un punto in moto rettilineo e con F_x l'unica componente della forza $\vec{F}$. Supponiamo che il punto si muova da un'ascissa iniziale x_A ad un'ascissa finale x_B, e che sia $x_B > x_A$. Rappresentiamo la componente della forza in un sistema cartesiano e distinguiamo i due casi che seguono.

Forza costante: in questo caso il lavoro della forza è semplicemente $F_x \cdot (x_B - x_A)$ e le figure di seguito rendono evidente che questo lavoro è l'area della regione tratteggiata, presa con il segno più se la componente della forza è positiva, col segno meno se è negativa. Se orientiamo il contorno della regione partendo da x_A e proseguendo come indicato, possiamo concludere che il lavoro è l'area presa col segno più se il contorno è orientato in senso antiorario, col segno meno se è orientato in senso orario.





Forza non costante: in questo caso basterà suddividere il percorso da A a B in modo che su ogni tratto del percorso stesso la forza possa essere ritenuta costante; questo equivale ad immaginare che la forza anzichè variare con continuità varî 'a scatti'. Il lavoro su ognuno dei tratti sarà l'area di un piccolo rettangolo e il lavoro complessivo sarà la somma di tutte le aree dei rettangoli, ovvero l'area racchiusa tra il grafico della forza e l'asse delle x, con il segno opportuno come già detto.



3.2.6 Principio di conservazione dell'energia meccanica

Quesito A partire dal teorema dell'energia cinetica e dalla definzione di forza conservativa, dimostra il principio di conservazione dell'energia meccanica, per un punto materiale.

Risposta Il lavoro complessivo di tutte le forze agenti su un punto è sempre uguale alla variazione di energia cinetica del punto: $L_{AB,\gamma} = \Delta K = K_f - K_i$. Se le forze $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \cdots, \vec{F}_n$ sono conservative, per ciascuna di esse esiste una energia potenziale $U_1, U_2, \cdots U_n$ in modo che $L_{AB,\gamma} = -\Delta U_1 - \Delta U_2 - \cdots - \Delta U_n$. Uguagliando le due espressioni del lavoro, e raggruppando i termini corrispondenti all'istante finale e quelli corrispondenti all'istante iniziale, si trova: $K_f + U_{1_f} + U_{2_f} + \cdots + U_{n_f} = K_i + U_{1_i} + U_{2_i} + \cdots + U_{n_i}$. La somma tra K e le varie U si indica con E e si chiama *Energia totale meccanica del corpo*. Si può concludere che, durante il moto di un corpo sottoposto solo all'azione di forze conservative, l'energia totale meccanica rimane costante. Si può notare che questo risultato, seppure noto sotto forma di *Principio*, è in realtà un teorema nella meccanica classica.

3.3 Baricentro

3.3.1 Definizione di baricentro

Quesito Dare la definizione di baricentro per un sistema di n punti materiali $P_1, P2_, \cdots, P_n$.

Risposta Dette $m_1, m_2, \ldots, m_n$ le masse dei punti e considerato un punto O (potrebbe essere l'origine del sistema di coordinate, ma la sua scelta non influisce sul risultato), si chiama *baricentro* del sistema di punti, il punto G definito da:

$$(m_1 + m_2 + \cdots + m_n)\,\overrightarrow{OG} = m_1\overrightarrow{OP}_1 + m_2\overrightarrow{OP}_2 + \cdots + m_n\overrightarrow{OP}_n$$

3.4 Urti

3.4.1 Urti elastici

Quesito Spiegare perché in un urto elastico di due punti, in una dimensione, le equazioni sono sufficienti a risolvere il problema di determinare la situazione dopo l'urto.

Risposta Indichiamo con P_1 e P_2 i due punti che si urtano, e con $m_1, m_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2$ le loro masse e velocità, prima dell'urto. Considerato un asse di riferimento, x, coincidente con la retta del moto, chiamiamo $\vec{v}_{1_x}$ e $\vec{v}_{2_x}$ le componenti delle due velocità. Le incognite sono le componenti $\vec{w}_{1_x}$ e $\vec{w}_{2_x}$ delle due velocità dopo l'urto. Le equazioni che abbiamo a disposizione sono quelle che derivano dal principio di conservazione della quantità di moto e dell'energia. Con esse possiamo allora scrivere il seguente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcl} m_1 v_{1_x} + m_2 v_{2_x} & = & m_1 w_{1_x} + m_2 w_{2_x} \\ \frac{1}{2} m_1 \left(v_{1_x}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(m_2 v_{2_x}\right)^2 & = & \frac{1}{2} m_1 \left(w_{1_x}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(m_2 w_{2_x}\right)^2 \end{array}\right.$$

Il numero di equazioni e di incognite è allora tale da rendere il problema risolubile.

3.5 Dinamica dei sistemi

3.5.1 Prima equazione cardinale della dinamica dei sistemi

Quesito A partire dall'equazione fondamentale della dinamica di un punto, ricavare e commentare brevemente la prima equazione cardinale della dinamica dei sistemi.

Risposta Limitiamoci a considerare il caso di due soli punti P_1 e P_2. Le equazioni della dinamica per ciascuno di essi sono: $\vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1$ e $\vec{F}_2 = m_2\vec{a}_2$. Sommiamo queste equazioni membro a membro. Al primo membro abbiamo la somma delle forze; se però teniamo conto che le eventuali forze di interazione tra i due corpi sono uguali e contrarie, in questa somma dovremo tenere conto solo delle forze *esterne*: indicheremo questa somma con $\vec{R}_{est}$. Al secondo membro otteniamo invece, in base alla definizione di baricentro, $M\vec{a}_G$, ove M è la somma delle due masse. L'equazione si può allora scrivere nella forma:

$$\vec{R}_{est} = M\vec{a}_G$$

Questo risultato, noto anche come *Teorema del moto del baricentro*, si può interpretare come segue: *Il baricentro di un sistema di punti materiali si muove come se in esso fosse concentrata l'intera massa del sistema e come se su di esso agisse la somma di tutte le forze esterne al sistema.*

Capitolo 4

Acustica

4.1 Effetto Doppler

4.1.1 Moto della sorgente e moto del ricevitore nell'effetto Doppler

Quesito Spiegare brevemente in che cosa consiste la differenza tra moto della sorgente e moto del ricevitore nell'effetto Doppler per le onde acustiche.

Risposta La domanda sottintende che si debba interpretare 'moto della sorgente e moto del ricevitore' rispetto al mezzo in cui le onde si propagano. Le due situazioni non sono simmetriche, infatti

se è la sorgente a muoversi le onde vengono percepite dal ricevitore come viaggianti alla velocità v caratteristica del mezzo in cui avviene la propagazione (infatti la velocità di propagazione delle onde *non* dipende dal moto della sorgente);

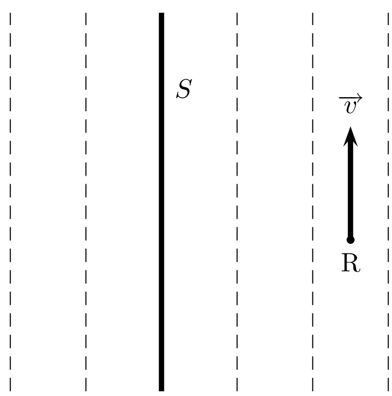
se è il ricevitore a muoversi e se indichiamo con V la sua velocità, le onde vengono percepite dal ricevitore ad una velocità $v \pm V$, a seconda che si abbia allontanamento o avvicinamento reciproco.

É molto importante capire il motivo di questa asimmetria: infatti il moto della sorgente o del ricevitore, in base al primo principio della dinamica, non dovrebbe produrre risultati diversi. In questo caso occorre però tenere conto della presenza del mezzo di propagazione delle onde: non si tratta semplicemente di moto relativo di un corpo rispetto all'altro, ma di moto di uno dei due rispetto ad un terzo 'osservatore'. Nelle onde elettromagnetiche, in cui non c'è bisogno di mezzo di propagazione, non esiste alcuna differenza tra moto della sorgente e moto del ricevitore.

4.1.2 Effetto Doppler trasversale

Quesito Che cosa si intende con effetto Doppler trasversale? Spiegare, utilizzando un opportuno grafico, perchè nelle onde acustiche non è presente questo effetto.

Risposta Si chiama effetto Doppler trasversale la variazione di frequenza delle onde ricevute rispetto a quella delle onde trasmesse dovuta ad un movimento relativo tra sorgente e ricevitore, perpendicolare alla velocità di propagazione delle onde. Il disegno qui a fianco dà una giustificazione, seppure intuitiva, del perchè nelle onde acustiche l'effetto non è presente: S è la sorgente R è il ricevitore, $\vec{v}$ è la velocità del ricevitore; si può facilmente constatare che non c'è alcuna differenza nel numero di onde ricevuto per unità di tempo rispetto ad una situazione in cui non c'è moto relativo tra sorgente e ricevitore.



Capitolo 5

Ottica

5.1 Riflessione e rifrazione

5.1.1 La spiegazione di Newton della rifrazione della luce

Quesito Il fallimento della spiegazione di Newton della rifrazione della luce.

Risposta La spiegazione di Newton del fenomeno della rifrazione, basata sulla sua teoria corpuscolare della luce, interpreta la superficie di separazione di due mezzi con diverso indice di rifrazione come un piano inclinato, con la conseguenza che l'avvicinamento del raggio alla normale è collegato ad un aumento di velocità di propagazione della luce. La teoria si rivela errata quando si riesce a misurare la velocità della luce in due sostanze diverse (aria ed acqua) e si verifica che un avvicinamento alla normale è invece collegato ad una diminuzione della velocità di propagazione della luce.