Soluzioni del Test OFA del 07/12/2015

Materiale prelevato da http://www.batmath.it

Versione del 8 dicembre 2015

Questo fascicolo contiene la risoluzione dei quesiti proposti nel test OFA del 7 dicembre 2015 presso il campus di Treviso dell'Università Ca' Foscari di Venezia, per il corso di laurea in Commercio Estero.

Nelle diverse versioni del test erano presenti limitate varianti rispetto ai quesiti qui presentati: nulla cambia nella sostanza delle strategie da utilizzare.

Quesito 1. Se a è un numero reale allora si ha che

1. $a^2 > 0$.
2. $a^2 \geq a$.
3. $a^2 \leq a$.
4. Nessuna delle precedenti.

Il quadrato di un numero reale è sempre maggiore o uguale a zero. Per questo motivo la prima risposta è errata, in quanto manca l'uguale. Sia ha poi

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad 2^2 = 4,$$

che prova che anche le risposte 2 e 3 sono errate. La risposta corretta è la quarta.

Quesito 2. Fissato nel piano un riferimento cartesiano Oxy, quale delle seguenti è l'equazione di una circonferenza?

1. $x^2 - 3x + y^2 - 5y - 1 = 0$.
2. $x^2 + y^2 - 10xy - 1 = 0$.
3. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 6 = 0$.
4. $(x-1)^2 - (y-2)^2 - 1 = 0$.

La risposta 2 è errata perché nell'equazione compare il termine misto xy, la terza perché applicando la formula per il calcolo del raggio si ottiene

$$\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 6} = \sqrt{-1},$$

espressione che contiene un radicando negativo. La quarta risposta è errata perché compare il segno "$-$" davanti a y^2. La prima è la risposta corretta: la circonferenza ha centro e raggio dati da

$$C = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right), \quad r = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 1}.$$

Quesito 3. Se un prodotto aumenta un giorno del 10%, di quanto circa deve diminuire per tornare al valore iniziale?

1. 10%.
2. 11%.
3. 9.1%.
4. 9.9%.

Si può ragionare in vari modi. Il più elementare ci pare il seguente. Se P è il prezzo iniziale, dopo l'aumento del 10% diventa

$$P' = P + \frac{10}{100}P = 1.1P.$$

Per tornare al valore iniziale si deve applicare una diminuzione dell'x% su questo prezzo di $1.1P$. Si ottiene

$$1.1P - \frac{x}{100}\,1.1P = P,$$

da cui $P = 9.\overline{09} \simeq 9.1$.

Quesito 4. I punti comuni alle curve $y = 2x$ e $y = x^2 + 1$ sono

1. 1, 2.
2. $(1,2)$.
3. $(2,1)$, $(0,1)$, $(1,2)$.
4. $(2,1)$, $(-1,-2)$, $(1,2)$.

Il sistema tra le due equazioni dà, facilmente,

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 2x = x^2 + 1 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$$

da cui $y = 2$. La risposta esatta è la 2. Si noti che la prima risposta non ha nemmeno senso, in quanto i punti comuni *devono* essere coppie di numeri.

Quesito 5. L'insieme delle soluzioni della disequazione $(x+1)(x^2+1) \geq 0$ è

1. $\{-1\}$.
2. $\emptyset$.
3. $[-1, +\infty[$.
4. $\{1\}$.

Poiché $x^2 + 1$ è strettamente maggiore di 0, si può tranquillamente semplificare nella disequazione, ottenendo

$$x + 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad x > -1,$$

da cui si deduce che la risposta esatta è la 3.

Quesito 6. Il polinomio $2x^2 + 6x + 4$ si può decomporre nella forma

1. $2(x+1)(x+2)$.
2. $2(x-1)(x-2)$.
3. $2(x+3)(x+6)$.
4. $(x+1)(x+2)$.

Dopo avere raccolto il 2 a fattor comune rimane il polinomio $x^2 + 3x + 2$ che ha le due radici

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \left\langle \begin{array}{l} -1 \\ -2 \end{array} \right. .$$

Se ne deduce che il polinomio si può scomporre nella forma proposta nella risposta 1. Per un calcolo immediato (anche se meno elegante) si poteva provare a eseguire i calcoli indicati, controllando quando si otteneva il polinomio dato.

Quesito 7. L'espressione $3^{2+\log_3 x}$ è uguale a

1. $3x$.
2. $9+\log_3 x$.
3. 3^2+x.
4. $9x$.

Si ha, successivamente,

$$3^{2+\log_3 x} = 3^2 \cdot 3^{\log_3 x} = 9x,$$

in quanto

$$3^{\log_3 x} = x,$$

per la definizione di logaritmo.

Quesito 8. Le intersezioni del grafico della funzione $y = |2x-1|$ con la retta $x = 1$ sono:

1. $(1,1)$.
2. $(1,1)$ e $(1,-1)$.
3. nessuna.
4. $(1,-1)$.

Basta sostituire $x = 1$ nell'equazione $y = |2x-1|$ per ottenere $y = 1$: la risposta esatta è la numero 1.