

Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Economia - Corso di Laurea in Economia Aziendale

Corso di Matematica Generale

Tema d'esame - A.A.2010/2011 - 10 gennaio 2011

Cognome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr:

--	--	--	--	--	--	--

Acconsento alla pubbl. dei risultati sul sito web del docente. Firma _____

Non acconsento alla pubbl. dei risultati sul sito web del docente. Firma _____

Tutte le risposte devono essere giustificate!

Esercizio 1

Calcolare la derivata prima della seguente funzione.

$$f(x) = (x^2 + \sin(x^2))^5.$$

Esercizio 2

Calcolare la derivata seconda della funzione del punto 1.

Esercizio 3

Data la funzione

$$f(x) = \frac{x - e^x}{x^2 - 2x},$$

trovare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

e

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

senza usare la regola di l'Hôpital.

Esercizio 4

Trovare quando la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 + 2}$$

è crescente e quando è decrescente.

Esercizio 5

Per la funzione del punto 4 trovare i valori (le “quote”) degli eventuali massimi e minimi relativi. Esprimere questi valori in forma decimale, usando la calcolatrice.

Esercizio 6

Senza usare limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione, definita a pezzi.

$$f(x) = \begin{cases} \ln(-x), & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 - 1, & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

Esercizio 7

Relativamente alla funzione del punto 6

1. dire se è iniettiva;
2. dire se è suriettiva;
3. trovare l'insieme immagine;
4. dire se è continua.

Esercizio 8

Calcolare il seguente limite, senza usare la regola di l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + \ln x - x^2}{2 + x^5 + e^x}.$$

Esercizio 9

Rappresentare graficamente le soluzioni del seguente sistema.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} \leq 1 \\ y < e^x \end{cases}.$$

Esercizio 10

Per l'insieme trovato al punto 9 dire se è

1. aperto;
2. chiuso;
3. connesso;
4. convesso;
5. limitato o illimitato.

Esercizio 11

Sono dati gli insiemi $A =]1, 2[$ e $B =]2, 5[$.

Per l'insieme $A \cup B$ trovare

1. i punti di frontiera;
2. i punti di accumulazione;
3. i punti interni;
4. i punti esterni;
5. i punti isolati.

Esercizio 12

Costruire l'esempio di un insieme che abbia due punti isolati e quattro punti di frontiera. È possibile costruire un insieme che abbia più punti isolati che punti di frontiera? Spiegare accuratamente.

Esercizio 13

Trovare tutti gli eventuali asintoti della seguente funzione.

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^2 - x}$$

Esercizio 14

Calcolare il seguente integrale definito.

$$\int_3^5 \left(\frac{2}{x+5} + \sqrt{x} \right) dx.$$

Esercizio 15

Calcolare il limite seguente con la regola di l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{3x^3}.$$

Esercizio 16

Calcolare la somma superiore e la somma inferiore della funzione

$$f(x) = \sqrt{x}$$

nell'intervallo $[0, 4]$, con 3 suddivisioni.

Esercizio 17

Trovare gli eventuali punti di massimo, minimo e sella della seguente funzione di due variabili.

$$f(x, y) = x^2y + x^2 + 2y^2 + \sqrt{2}$$

Esercizio 18

Trovare, con il metodo di Lagrange, gli eventuali punti candidati ad essere di massimo o minimo vincolato per la funzione di due variabili $f(x, y) = x^2 - xy$ sul vincolo $x^2 + y = 0$. Successivamente esplicitare il vincolo e trovare effettivamente i massimi e minimi vincolati.