

Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Secondo appello A.A.2010/2011 - 31 gennaio 2011

Cognome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr:

--	--	--	--	--	--	--

Acconsento alla pubbl. dei risultati sul sito web del docente.

Firma _____

Non acconsento alla pubbl. dei risultati sul sito web del docente.

Firma _____

Tutte le risposte devono essere giustificate!

Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore.

$$\sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=2}^4 (i + 2j) \right).$$

Esercizio 2

Se $A = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 11 \}$,
 $B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$ e $C = \{ 1, 2, 6 \}$, calcolare

$$(A \cup B) \cap C \quad \text{e} \quad (A \cap B) \cup C.$$

Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!!).

$$\left| \sqrt{2} - 2\sqrt{3} \right| - \left| \sqrt{3} - 4\sqrt{2} \right|.$$

Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1, & \text{se } x \leq 0 \\ \ln x, & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4 dire se è continua oppure no, *giustificando* la risposta.

Esercizio 6

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4 calcolare

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

Esercizio 7

Calcolare il seguente limite usando la regola di l'Hôpital, *spiegando* perché la regola si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 7x + 12}.$$

Esercizio 8

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della seguente funzione.

$$f(x) = \frac{1 - 5x}{4x - 3}.$$

Esercizio 9

Trovare i punti di massimo e minimo relativo della seguente funzione.

$$f(x) = 3x - 2x^3.$$

Esercizio 10

Trovare la derivata seconda della seguente funzione.

$$f(x) = e^{x^2} - \ln(x).$$

Esercizio 11

Trovare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette $x = 2$ e $x = 4$ e il grafico della funzione $f(x) = x^2 + 1$. Rappresentare graficamente l'area richiesta.

Esercizio 12

Verificare se il seguente integrale è corretto o no, spiegandone i motivi.

$$\int \ln x \, dx = x \ln x + x + c.$$

Esercizio 13

Calcolare, se possibile, l'inversa della matrice seguente, verificando anche che $AA^{-1} = I_2$.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 14

Risolvere il sistema lineare seguente, usando il Teorema di Rouché-Capelli e la regola di Cramer.

$$\begin{cases} x + 3z = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ x + y - z = 2 \end{cases} .$$

Esercizio 15

Calcolare la probabilità che, lanciando 20 volte una coppia di dadi regolari, si ottenga più di 2 volte il 5 come somma delle facce.

Esercizio 16

Quanti sono gli anagrammi di *formazione* che non cominciano per *f*?

Esercizio 17

Calcolare il prodotto seguente.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 18

Una variabile casuale ha la seguente funzione densità di probabilità

$$F(x) = \begin{cases} 0.1, & \text{se } x = -5 \\ 0.2, & \text{se } x = -1 \\ 0.4, & \text{se } x = 3 \\ 0.2, & \text{se } x = 5 \\ 0.1, & \text{se } x = 8 \end{cases}$$

Costruire e rappresentare graficamente la funzione di ripartizione. Trovare la media e lo scarto quadratico medio della variabile casuale.