

Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Tema d'esame A.A.2009/2010 - 27 gennaio 2010

Esercizio 1a

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore: $\sum_{i=2}^4 \left(\prod_{j=1}^3 (i+2j) \right)$.

Esercizio 2a

Sia dato l'insieme $A = \{1, 2\}$. Scrivere l'insieme $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$.

Esercizio 3a

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non usare valori approssimati per i radicali!*).

$$\left| 1 - \sqrt{3} \right| - \left| \sqrt{2} - 1 \right|.$$

Esercizio 4a

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{se } x < 0 \\ -x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Esercizio 5a

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

Esercizio 6a

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se f è iniettiva, suriettiva, biunivoca, *giustificando* le risposte.

Esercizio 7a

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{(+\infty) - (-\infty)(7)}{\frac{1}{+\infty} - (+\infty)} =$$

Esercizio 8a

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6x}{x + 7} =$$

Esercizio 9a

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{x+1}{6+2x}.$$

Esercizio 10a

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = x^2 + 2x^3.$$

Esercizio 11a

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int 2x \sin(x^2) dx = \cos(x^2) + c.$$

Esercizio 12a

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette $x = 1$ e $x = 2$ e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Esercizio 13a

Risolvere il sistema lineare seguente, usando il Teorema di Rouché-Capelli.

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 2x - 3y - z = 0 \end{cases}.$$

Esercizio 14a

Calcolare, se possibile, l'inversa della matrice seguente:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 15a

Quanti sono gli anagrammi della parola *massimo* che cominciano per *s*?

Esercizio 16a

Sviluppare con la formula del binomio di Newton

$$(a+2)^4.$$

Esercizio 17a

Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Verificare che $(A+B)C = AC + BC$.

Esercizio 18a

Si consideri la variabile casuale che al lancio di un dado non truccato faccia corrispondere il doppio dell'esito meno il quadrato dell'esito stesso. Si chiede di scrivere la tabella della distribuzione di probabilità, di rappresentarla graficamente, di calcolarne la media e la varianza.

Esercizio 1b

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore: $\prod_{i=2}^4 \left(\sum_{j=2}^3 (2ij) \right)$.

Esercizio 2b

Siano dati gli insiemi $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, $C = \{c, d\}$. Calcolare $(A \cup B) \cap (A \cup C)$.

Esercizio 3b

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non usare valori approssimati per i radicali!*).

$$\left| \sqrt{2} - \sqrt{6} \right| + \left| 2 - \sqrt{3} \right|.$$

Esercizio 4b

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{se } x \leq 0 \\ \ln x, & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Esercizio 5b

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

Esercizio 6b

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se f è iniettiva, suriettiva, biunivoca, *giustificando* le risposte.

Esercizio 7b

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{(+\infty)(-\infty) - (-\infty)(1 - \infty)}{\frac{3}{-\infty} - \frac{7}{-\infty}} =$$

Esercizio 8b

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 8}{x^2 + x + 4} =$$

Esercizio 9b

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{3x + 2}{3 - 6x}.$$

Esercizio 10b

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x}.$$

Esercizio 11b

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int 2x \cos(x^2 + 7) dx = \sin(x^2 + 7) + c.$$

Esercizio 12b

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette $x = 1$ e $x = 2$ e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = 2x^3.$$

Esercizio 13b

Risolvere il sistema lineare seguente, usando il Teorema di Rouché-Capelli.

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -3 \\ 2y - z = 2 \end{cases}.$$

Esercizio 14b

Calcolare, se possibile, l'inversa della matrice seguente:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 15b

Quanti sono gli anagrammi della parola *multimedia* che hanno le due *m* attaccate?

Esercizio 16b

Verificare che

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

Che conseguenze ha il risultato precedente nella formula del binomio di Newton?

Esercizio 17b

Siano date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Verificare che $A(B + C) = AB + AC$.

Esercizio 18b

Si consideri la variabile casuale che al lancio di un dado non truccato faccia corrispondere il triplo dell'esito meno il quadrato dell'esito stesso. Si chiede di scrivere la tabella della distribuzione di probabilità, di rappresentarla graficamente, di calcolarne la media e la varianza.