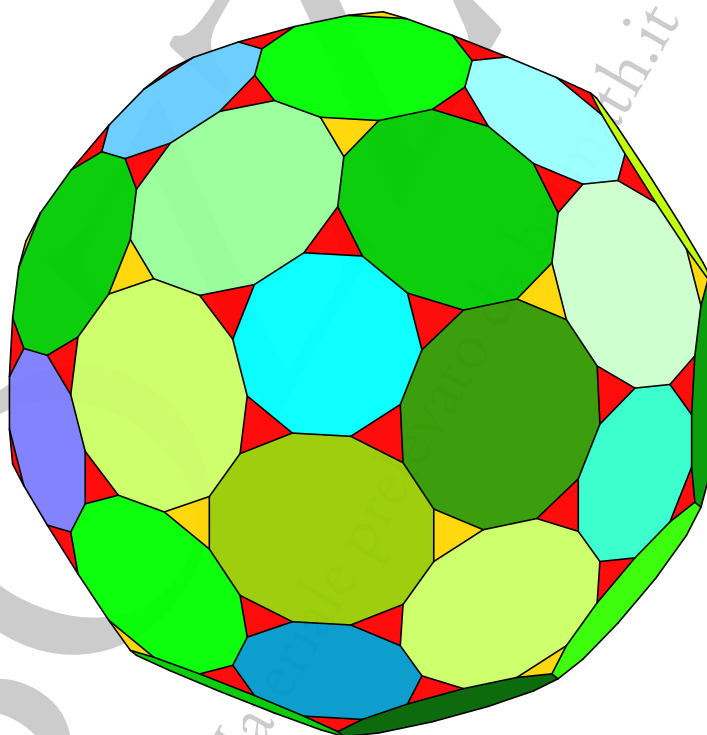


LUCIANO BATTAIA

---

## FANTASTICI POLIEDRI

*3 - Solidi di Johnson*



---

[www.batmath.it](http://www.batmath.it)

# Fantastici Poliedri

## 3 - Solidi di Johnson

Luciano Battaia

<http://www.batmath.it>

Versione 1.0 del 22 maggio 2019

In copertina: un poliedro con 122 facce, 240 vertici, 360 spigoli: 30 dodecagoni quasi regolari, 12 decagoni regolari, 80 triangoli equilateri. Si tratta di un solido “quasi Jonson”, nel senso che è strettamente convesso ma le sue facce non sono esattamente poligoni regolari. Tuttavia la non regolarità è difficilmente apprezzabile e anche la costruzione di un modellino di carta con poligoni regolari è possibile senza che le discrepanze appaiano evidenti.

Quest’opera è soggetta alla Creative Commons Public License versione 4.0 o posteriore. L’enunciato integrale della Licenza in versione 4.0 è reperibile all’indirizzo internet <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.it>.

- Si è liberi di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest’opera alle seguenti condizioni:

**Attribuzione** Devi attribuire adeguatamente la paternità sul materiale, fornire un link alla licenza e indicare se sono state effettuate modifiche. Puoi realizzare questi termini in qualsiasi maniera ragionevolmente possibile, ma non in modo tale da suggerire che il licenziante avalli te o il modo in cui usi il materiale.

**Non commerciale** Non puoi usare il materiale per scopi commerciali.

**Non opere derivate** Se remixi, trasformi il materiale o ti basi su di esso, non puoi distribuire il materiale così modificato.

- Ogni volta che si usa o si distribuisce quest’opera, lo si deve fare secondo i termini di questa licenza, che va comunicata con chiarezza.
- In ogni caso si possono concordare con il titolare dei diritti d’autore usi di quest’opera in deroga da questa licenza.

Mi piace guardare alla matematica più come un'arte che come una scienza, perché l'attività dei matematici, che creano costantemente, è guidata ma non controllata dal mondo esterno dei sensi; quindi assomiglia, io credo, in realtà all'attività di un artista, di un pittore. Proprio come non si può essere pittore senza una certa tecnica, così non si può essere un matematico senza il potere della ragione accuratamente giunto a un certo punto. Tuttavia queste qualità, fondamentali, non fanno un pittore o un matematico degno di questo nome, né in verità sono i fattori più importanti. Altre qualità di una specie più sottile, alla cui vetta vi è in entrambi i casi l'immaginazione, creano un buon artista o un buon matematico.

*Bocher, Bulletin of the American Mathematical Society, 11, 1904*

La bellezza è un fattore matematico. In un viso ad esempio è tutta una questione di distanza fra occhi, lunghezza di naso: la bellezza è matematica pura. Le proporzioni sono tutto. Guardate San Pietro, il colonnato, le finestre: è tutta una questione di proporzioni.

*Giorgietto Giugiaro, Intervista a Repubblica, 9 novembre 2013*

BOZZA

*Materiale prelevato da [batmath.it](http://batmath.it)*

# Indice

Premessa [xvii](#)

Fascicoli pubblicati [xix](#)

1	Introduzione	1
2	I 92 poliedri	3
2.1	Piramidi	3
2.1.1	J1: Piramide quadrata	3
2.1.2	J2: Piramide pentagonale	4
2.2	Cupole e Rotunda	5
2.2.1	J3: Cupola triangolare	5
2.2.2	J4: Cupola quadrata	6
2.2.3	J5: Cupola pentagonale	7
2.2.4	J6: Rotunda pentagonale	8
2.3	Piramidi allungate e giroallungate	9
2.3.1	J7: Piramide triangolare allungata	9
2.3.2	J8: Piramide quadrata allungata	10
2.3.3	J9: Piramide pentagonale allungata	11
2.3.4	J10: Piramide quadrata giroallungata	12
2.3.5	J11: Piramide pentagonale giroallungata	13
2.4	Bipiramidi	14
2.4.1	J12: Bipiramide triangolare	14
2.4.2	J13: Bipiramide pentagonale	14
2.5	Bipiramidi allungate e giroallungate	15
2.5.1	J14: Bipiramide triangolare allungata	15
2.5.2	J15: Bipiramide quadrata allungata	16
2.5.3	J16: Bipiramide pentagonale allungata	17
2.5.4	J17: Bipiramide quadrata giroallungata	18
2.6	Cupole e rotunda allungate e giroallungate	19
2.6.1	J18: Cupola triangolare allungata	19
2.6.2	J19: Cupola quadrata allungata	20
2.6.3	J20: Cupola pentagonale allungata	21
2.6.4	J21: Rotunda pentagonale allungata	22
2.6.5	J22: Cupola triangolare giroallungata	23

- 2.6.6 J23: Cupola quadrata giroelongata 24
- 2.6.7 J24: Cupola pentagonale giroelongata 25
- 2.6.8 J25: Rotunda pentagonale giroelongata 26
- 2.7 Girobifastigio 27
- 2.7.1 J26: Girobifastigio 27
- 2.8 Bicipole 28
- 2.8.1 J27: Ortobicupola triangolare 28
- 2.8.2 J28: Ortobicupola quadrata 29
- 2.8.3 J29: Girobicupola quadrata 29
- 2.8.4 J30: Ortobicupola pentagonale 30
- 2.8.5 J31: Girobicupola pentagonale 30
- 2.9 Cupola-Rotunda 31
- 2.9.1 J32: Ortocupolarotunda pentagonale 31
- 2.9.2 J33: Girocupolarotunda pentagonale 32
- 2.10 Birotunda 33
- 2.10.1 J34: Ortobirotunda pentagonale 33
- 2.11 Bicipole allungate 34
- 2.11.1 J35: Ortobicupola triangolare allungata 34
- 2.11.2 J36: Girobicupola triangolare allungata 35
- 2.11.3 J37: Girobicupola quadrata allungata 36
- 2.11.4 J38: Ortobicupola pentagonale allungata 37
- 2.11.5 J39: Girobicupola pentagonale allungata 38
- 2.12 Cupola-rotunda e birotunda allungate 39
- 2.12.1 J40: Ortocupolarotunda pentagonale allungata 39
- 2.12.2 J41: Girocupolarotunda pentagonale allungata 40
- 2.12.3 J42: Ortobirotunda pentagonale allungata 41
- 2.12.4 J43: Girobirotunda pentagonale allungata 42
- 2.13 Bicipole, cupola-rotunda e birotunda giroelongate 43
- 2.13.1 J44: Bicipola triangolare giroelongata 43
- 2.13.2 J45: Bicipola quadrata giroelongata 44
- 2.13.3 J46: Bicipola pentagonale giroelongata 45
- 2.13.4 J47: Cupola-rotunda pentagonale giroelongata 46
- 2.13.5 J48: Birotunda pentagonale giroelongata 47
- 2.14 Prismi aumentati 48
- 2.14.1 J49: Prisma triangolare aumentato 48
- 2.14.2 J50: Prisma triangolare biaumentato 49
- 2.14.3 J51: Prisma triangolare triaumentato 49
- 2.14.4 J52: Prisma pentagonale aumentato 50
- 2.14.5 J53: Prisma pentagonale biaumentato 50
- 2.14.6 J54: Prisma esagonale aumentato 51
- 2.14.7 J55: Prisma esagonale parabiaumentato 51
- 2.14.8 J56: Prisma esagonale metabiaumentato 52
- 2.14.9 J57: Prisma esagonale triaumentato 52
- 2.15 Dodecaedri aumentati 53

- 2.15.1 J58: Dodecaedro aumentato 53
- 2.15.2 J59: Dodecaedro parabiaumentato 54
- 2.15.3 J60: Dodecaedro metabiaumentato 55
- 2.15.4 J61: Dodecaedro triaumentato 56
- 2.16 Icosaedri diminuiti 57
- 2.16.1 J62: Icosaedro metabidimuito 57
- 2.16.2 J63: Icosaedro tridimunito 58
- 2.16.3 J64: Icosaedro tridimunito aumentato 59
- 2.17 Poliedri Archimedei aumentati 60
- 2.17.1 J65: Tetraedro troncato aumentato 60
- 2.17.2 J66: Cubo troncato aumentato 61
- 2.17.3 J67: Cubo troncato biaumentato 62
- 2.17.4 J68: Dodecaedro troncato aumentato 63
- 2.17.5 J69: Dodecaedro troncato parabiaumentato 64
- 2.17.6 J70: Dodecaedro troncato metabiaumentato 65
- 2.17.7 J71: Dodecaedro troncato triaumentato 66
- 2.18 Rombicosidodecaedri girati e diminuiti 67
- 2.18.1 J72: Rombicosidodecaedro girato 68
- 2.18.2 J73: Rombicosidodecaedro parabigirato 69
- 2.18.3 J74: Rombicosidodecaedro metabigirato 70
- 2.18.4 J75: Rombicosidodecaedro trigirato 71
- 2.18.5 J76: Rombicosidodecaedro diminuito 72
- 2.18.6 J77: Rombicosidodecaedro paragirato diminuito 73
- 2.18.7 J78: Rombicosidodecaedro metagirato diminuito 74
- 2.18.8 J79: Rombicosidodecaedro bigirato diminuito 75
- 2.18.9 J80: Rombicosidodecaedro parabidimunito 76
- 2.18.10 J81: Rombicosidodecaedro metabidimunito 77
- 2.18.11 J82: Rombicosidodecaedro girato bidimunito 78
- 2.18.12 J83: Rombicosidodecaedro tridimunito 79
- 2.19 Digressione sui solidi camusi 80
- 2.20 Antiprismi camusi 83
- 2.20.1 J84: Disfenoide camuso 83
- 2.20.2 J85: Antiprisma quadrato camuso 86
- 2.21 Altri solidi 88
- 2.21.1 J86: Sfenocorona 88
- 2.21.2 J87: Sfenocorona aumentata 90
- 2.21.3 J88: Sfenomegacorona 91
- 2.21.4 J89: Ebesfenomegacorona 93
- 2.21.5 J90: Disfenocingolo 95
- 2.21.6 J91: Bilunabirotonda 96
- 2.21.7 J92: Ebesfenorotunda triangolare 97
- 3 Johnson “mancati” 99
- 3.1 Piramide e bpiramide triangolari giroelongate 99

- 3.2 Bpiramide quadrata 100
- 3.3 Bpiramide pentagonale giroelongata 101
- 3.4 Fastigio e derivati 101
- 3.5 Girobicupola triangolare 103
- 3.6 Ortobicupola quadrata elongata 104
- 3.7 Girobirotunda pentagonale 104
- 3.8 Dodecaedro aumentato non convesso 105
- 3.9 Cubo troncato con aumenti 105
- 3.10 Dodecaedro troncato con aumenti 106
- 4 Quasi solidi di Johnson 107
  - 4.1 Tetrated Dodecaedro 107
  - 4.2 Poliedro con facce dodecagonali 108
  - 4.3 Poliedro con facce ennagonali 108
  - 4.4 Poliedro a facce decagonali, a spigoli uguali 109
  - 4.5 Poliedro a facce endecagonali 109
  - 4.6 Poliedro a facce decagonali-dodecagonali, a spigoli uguali 110

Bibliografia 113

Indice analitico 115

BOLZEA  
Materiale prelevato da batmath.it



## Elenco delle figure

- 2.1 J1: la piramide quadrata e sua costruzione a partire dall'ottaedro 3
- 2.2 J1: un possibile sviluppo piano della piramide quadrata 3
- 2.3 J2: la piramide pentagonale e sua costruzione a partire dall'icosaedro 4
- 2.4 J2: un possibile sviluppo piano della piramide pentagonale 4
- 2.5 J3: la cupola triangolare e sua costruzione a partire dal cubottaedro 5
- 2.6 J3: un possibile sviluppo piano della cupola triangolare 5
- 2.7 J4: la cupola quadrata e sua costruzione a partire dal rombicubottaedro 6
- 2.8 J4: un possibile sviluppo piano della cupola quadrata 6
- 2.9 J5: la cupola pentagonale e sua costruzione a partire dal rombicododecaedro 7
- 2.10 J5: un possibile sviluppo piano della cupola pentagonale 7
- 2.11 J6: la rotunda pentagonale e sua costruzione a partire dall'icosidodecaedro 8
- 2.12 J6: un possibile sviluppo piano della rotunda pentagonale 8
- 2.13 J7: la piramide triangolare allungata e sua costruzione mediante un tetraedro e un prisma triangolare 9
- 2.14 J7: un possibile sviluppo piano della piramide triangolare allungata 9
- 2.15 J8: la piramide quadrata allungata e sua costruzione mediante una piramide quadrata e un cubo 10
- 2.16 J7: un possibile sviluppo piano della piramide quadrata allungata 10
- 2.17 J9: la piramide pentagonale allungata e sua costruzione mediante una piramide e un prisma pentagonali 11
- 2.18 J9: un possibile sviluppo piano della piramide pentagonale allungata 11
- 2.19 J10: la piramide quadrata giroallungata e sua costruzione mediante una piramide e un antiprisma quadrati 12
- 2.20 J10: un possibile sviluppo piano della piramide quadrata giroallungata 12
- 2.21 J11: la piramide pentagonale giroallungata e sua costruzione mediante una piramide e un antiprisma pentagonali 13
- 2.22 J11: un possibile sviluppo piano della piramide pentagonale giroallungata 13
- 2.23 J12: la bpiramide triangolare, la sua costruzione mediante due tetraedri e un suo possibile sviluppo piano 14
- 2.24 J13: la bpiramide pentagonale, la sua costruzione mediante due piramidi pentagonali e un suo possibile sviluppo piano 14
- 2.25 J14: la bpiramide triangolare allungata e la sua costruzione mediante due tetraedri e un prisma triangolare 15
- 2.26 Jx: un possibile sviluppo piano della bpiramide triangolare allungata 15

- 2.27 J15: la bpiramide quadrata elongata e sua costruzione mediante due piramidi quadrate e un cubo 16
- 2.28 J15: un possibile sviluppo piano della bpiramide quadrata elongata 16
- 2.29 J16: la bpiramide pentagonale elongata e sua costruzione mediante due piramidi e un prisma pentagonali 17
- 2.30 J16: un possibile sviluppo piano della bpiramide pentagonale elongata 17
- 2.31 J17: la bpiramide quadrata giroelongata e sua costruzione mediante due piramidi e un antiprisma quadrati 18
- 2.32 J17: un possibile sviluppo piano della bpiramide quadrata giroelongata 18
- 2.33 J18: la cupola triangolare elongata e sua costruzione mediante una cupola triangolare e un prisma esagonale 19
- 2.34 J18: un possibile sviluppo piano della cupola triangolare elongata 19
- 2.35 J19: la cupola quadrata elongata e sua costruzione mediante una cupola quadrata e un prisma ottagonale 20
- 2.36 J19: un possibile sviluppo piano della cupola quadrata elongata 20
- 2.37 J20: la cupola pentagonale elongata e sua costruzione mediante una cupola pentagonale e un prisma decagonale 21
- 2.38 J20: un possibile sviluppo piano della cupola pentagonale elongata 21
- 2.39 J21: la rotunda pentagonale elongata e sua costruzione mediante una rotunda pentagonale e un prisma decagonale 22
- 2.40 J21: un possibile sviluppo piano della rotunda pentagonale elongata 22
- 2.41 J22: la cupola triangolare giroelongata e sua costruzione mediante una cupola triangolare e un antiprisma esagonale 23
- 2.42 J22: un possibile sviluppo piano della cupola triangolare giroelongata 23
- 2.43 J23: la cupola quadrata giroelongata e sua costruzione mediante una cupola quadrata e un antiprisma ottagonale 24
- 2.44 J23: un possibile sviluppo piano della cupola quadrata giroelongata 24
- 2.45 J24: la cupola pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante una cupola pentagonale e un antiprisma decagonale 25
- 2.46 J24: un possibile sviluppo piano della cupola pentagonale giroelongata 25
- 2.47 J25: la rotunda pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante una rotunda pentagonale un antiprisma decagonale 26
- 2.48 J25: un possibile sviluppo piano della rotunda pentagonale giroelongata 26
- 2.49 J26: il girobifastigio, sua costruzione mediante due prismi triangolari e un suo possibile sviluppo piano 27
- 2.50 J27: l'ortobicupola triangolare e sua costruzione mediante due cupole triangolari 28
- 2.51 J27: un possibile sviluppo piano dell'ortobicupola triangolare 28
- 2.52 J28: l'ortobicupola quadrata e sua costruzione mediante due cupole quadrate 29
- 2.53 J29: la girobicupola quadrata e sua costruzione mediante due cupole quadrate 29
- 2.54 J28-J29: possibili sviluppi piani dell'ortobicupola quadrata e della girobicupola quadrata a confronto 29
- 2.55 J30: l'ortobicupola pentagonale e sua costruzione mediante due cupole pentagonali 30
- 2.56 J31: la girobicupola pentagonale e sua costruzione mediante due cupole pentagonali 30

- 2.57 J30-J31: possibili sviluppi piani dell'ortobicupola pentagonale e della girobicupola pentagonale a confronto 30
- 2.58 J32: l'ortocupolarotonda pentagonale e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali 31
- 2.59 J32: un possibile sviluppo piano dell'ortocupolarotonda 31
- 2.60 J33: la girocupolarotonda pentagonale e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali 32
- 2.61 J33: un possibile sviluppo piano della girocupolarotonda pentagonale 32
- 2.62 J34: l'ortobirotonda pentagonale e sua costruzione mediante due rotundae 33
- 2.63 J34: un possibile sviluppo piano dell'ortobirotonda pentagonale 33
- 2.64 J35: l'ortobicupola triangolare allungata e sua costruzione mediante due cupole triangolari e un prisma esagonale 34
- 2.65 J35: un possibile sviluppo piano dell'ortobicupola triangolare allungata 34
- 2.66 J36: la girobicupola triangolare allungata e sua costruzione mediante due cupole triangolari e un prisma esagonale 35
- 2.67 J36: un possibile sviluppo piano della girobicupola triangolare allungata 35
- 2.68 J37: la girobicupola quadrata allungata e sua costruzione mediante due cupole quadrate e un prisma ottagonale 36
- 2.69 J37: un possibile sviluppo piano della girobicupola quadrata allungata 36
- 2.70 J38: l'ortobicupola pentagonale allungata e sua costruzione mediante due cupole pentagonali e un prisma decagonale 37
- 2.71 J38: un possibile sviluppo piano dell'ortobicupola pentagonale allungata 37
- 2.72 J39: la girobicupola pentagonale allungata e sua costruzione mediante due cupole pentagonali e un prisma decagonale 38
- 2.73 J39: un possibile sviluppo piano della girobicupola pentagonale allungata 38
- 2.74 Jx: l'ortocupolarotonda pentagonale allungata e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali e un prisma decagonale 39
- 2.75 J40: un possibile sviluppo piano dell'ortocupolarotonda pentagonale allungata 39
- 2.76 J41: la girocupolarotonda pentagonale allungata e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali e un prisma decagonale 40
- 2.77 J41: un possibile sviluppo piano della girocupolarotonda pentagonale allungata 40
- 2.78 J42: l'ortobirotonda pentagonale allungata e sua costruzione mediante due rotundae pentagonali e un prisma decagonale 41
- 2.79 J42: un possibile sviluppo piano dell'ortobirotonda pentagonale allungata 41
- 2.80 J43: la girobirotonda pentagonale allungata e sua costruzione mediante due rotundae pentagonali e un prisma decagonale 42
- 2.81 J43: un possibile sviluppo piano della girobirotonda pentagonale allungata 42
- 2.82 J44: la bicupola triangolare giroallungata e sua costruzione mediante due cupole triangolari e un antiprisma esagonale 43
- 2.83 J44: un possibile sviluppo piano della bicupola triangolare giroallungata 43
- 2.84 J45: la bicupola quadrata giroallungata e sua costruzione mediante due cupole quadrate e un antiprisma ottagonale 44
- 2.85 J45: un possibile sviluppo piano della bicupola quadrata giroallungata 44

- 2.86 J46: la bicupola pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante due cupole pentagonali e un antiprisma decagonale 45
- 2.87 J46: un possibile sviluppo piano della bicupola pentagonale giroelongata 45
- 2.88 J47: la cupola-rotunda pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante una cupola e una rotunda pentagonali e un antiprisma decagonale 46
- 2.89 J47: un possibile sviluppo piano della cupola-rotunda pentagonale giroelongata 46
- 2.90 J48: la birotunda pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante due rotundae pentagonali e un antiprisma decagonale 47
- 2.91 J48: un possibile sviluppo piano della birotunda pentagonale giroelongata 47
- 2.92 J49: il prisma triangolare aumentato e sua costruzione mediante un prisma triangolare e una piramide quadrata 48
- 2.93 J49: un possibile sviluppo piano del prisma triangolare aumentato 48
- 2.94 J50: il prisma triangolare biaumentato e sua costruzione mediante un prisma triangolare e due piramidi quadrate 49
- 2.95 J51: il prisma triangolare triaumentato e sua costruzione mediante un prisma triangolare e tre piramidi quadrate 49
- 2.96 J50-J51: possibili sviluppi piani dei prismi triangolari biaumentato e triaumentato a confronto 49
- 2.97 J52: il prisma pentagonale aumentato e sua costruzione mediante un prisma pentagonale e una piramide quadrata 50
- 2.98 J53: il prisma pentagonale biaumentato e sua costruzione mediante un prisma pentagonale e due piramidi quadrate 50
- 2.99 J52-J53: possibili sviluppi piani dei prismi pentagonali aumentato e biaumentato a confronto 50
- 2.100 J54: il prisma esagonale aumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e una piramide quadrata 51
- 2.101 J55: il prisma esagonale parabiaumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e due piramidi quadrate 51
- 2.102 J54-J55: possibili sviluppi piani dei prismi esagonali aumentato e parabiaumentato a confronto 51
- 2.103 J56: il prisma esagonale metabiaumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e due piramidi quadrate 52
- 2.104 J57: il prisma esagonale triaumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e tre piramidi quadrate 52
- 2.105 J56-J57: possibili sviluppi piani dei prismi esagonali metabiaumentato e triaumentato a confronto 52
- 2.106 J58: il dodecaedro aumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e una piramide pentagonale 53
- 2.107 J58: un possibile sviluppo piano del dodecaedro aumentato 53
- 2.108 J59: il dodecaedro parabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e due piramidi pentagonali 54
- 2.109 J59: un possibile sviluppo piano del dodecaedro parabiaumentato 54
- 2.110 J60: il dodecaedro metabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e due piramidi pentagonali 55

- 2.111 J60: un possibile sviluppo piano del dodecaedro metabiaumentato 55
- 2.112 J61: il dodecaedro triaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e tre piramidi pentagonali 56
- 2.113 J61: un possibile sviluppo piano del dodecaedro triaumentato 56
- 2.114 J62: l'icosaedro metabidiminuito e sua costruzione a partire dall'icosaedro 57
- 2.115 J62: un possibile sviluppo piano dell'icosaedro metabidiminuito 57
- 2.116 J63: l'icosaedro tridiminuito e sua costruzione a partire dall'icosaedro 58
- 2.117 J63: un possibile sviluppo piano dell'icosaedro tridiminuito 58
- 2.118 J64: l'icosaedro tridiminuito aumentato e sua costruzione mediante un icosaedro tridiminuito e un tetraedro 59
- 2.119 J64: un possibile sviluppo piano dell'icosaedro tridiminuito aumentato 59
- 2.120 J65: il tetraedro troncato aumentato e sua costruzione mediante un tetraedro troncato e una cupola triangolare 60
- 2.121 J65: un possibile sviluppo piano del tetraedro troncato aumentato 60
- 2.122 J66: il cubo troncato aumentato e sua costruzione mediante un cubo troncato e una cupola quadrata 61
- 2.123 J66: un possibile sviluppo piano del cubo troncato aumentato 61
- 2.124 J67: il cubo troncato biaumentato e sua costruzione mediante un cubo troncato e due cupole quadrate 62
- 2.125 J67: un possibile sviluppo piano del cubo troncato biaumentato 62
- 2.126 J68: il dodecaedro troncato aumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e una cupola pentagonale 63
- 2.127 J68: un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato aumentato 63
- 2.128 J69: il dodecaedro troncato parabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e due cupole pentagonali 64
- 2.129 J69: un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato parabiaumentato 64
- 2.130 J70: il dodecaedro troncato metabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e due cupole pentagonali 65
- 2.131 J70: un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato metabiaumentato 65
- 2.132 J71: il dodecaedro troncato triaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e tre cupole pentagonali 66
- 2.133 J71: un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato triaumentato 66
- 2.134 Il rombicosidodecaedro, a sinistra, l'evidenziazione di una cupola pentagonale, al centro e due cupole adiacenti con la parte comune, a destra 67
- 2.135 Il rombicosidodecaedro con evidenziate due cupole diametralmente opposte, a sinistra, e tre cupole non adiacenti, in due diverse proiezioni, al centro e a destra 67
- 2.136 J72: il rombicosidodecaedro girato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 68
- 2.137 J72: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro girato 68
- 2.138 J73: il rombicosidodecaedro parabigirato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 69
- 2.139 J73: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro parabigirato 69
- 2.140 J74: il rombicosidodecaedro metabigirato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 70
- 2.141 J74: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro metabigirato 70
- 2.142 J75x: il rombicosidodecaedro trigirato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 71
- 2.143 J75: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro trigirato 71

- 2.144 J76: il rombicosidodecaedro diminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 72
- 2.145 J76: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro diminuito 72
- 2.146 J77: il rombicosidodecaedro paragirato diminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 73
- 2.147 J77: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro paragirato diminuito 73
- 2.148 J78: il rombicosidodecaedro metagirato diminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 74
- 2.149 J78: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro metagirato diminuito 74
- 2.150 J79: il rombicosidodecaedro bigirato diminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 75
- 2.151 J79: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro bigirato diminuito 75
- 2.152 J80: il rombicosidodecaedro parabidiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 76
- 2.153 J80: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro parabidiminuito 76
- 2.154 J81: il rombicosidodecaedro metabidiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 77
- 2.155 J81: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro metabidiminuito 77
- 2.156 Jx: il rombicosidodecaedro girato bidiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 78
- 2.157 Jx: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro girato bidiminuito 78
- 2.158 J83: il rombicosidodecaedro tridiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto 79
- 2.159 J83: un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro tridiminuito 79
- 2.160 Il rombicubottaedro e il corrispondente cubo-ottaedro camuso ottenuto per rotazione di alcune facce e sdoppiamento di altre 80
- 2.161 Il grande rombicubottaedro (cubottaedro troncato) e il cubo camuso non uniforme che si ottiene alternando i vertici 81
- 2.162 L'antiprisma triangolare (ottaedro) e sua troncatura ai vertici (ottaedro troncato) 82
- 2.163 Schema dell'alternanza dei vertici nell'ottaedro troncato e icosaedro non uniforme da esso ottenuto 82
- 2.164 J84: il disfenoide camuso e un suo possibile sviluppo piano 83
- 2.165 J84: costruzione di un disfenoide camuso a partire dal disfenoide troncato: il disfenoide, a sinistra, il disfenoide troncato, al centro, lo schema dell'alternanza dei vertici, a destra 83
- 2.166 J84: il disfenoide camuso a facce non regolari costruito dal disfenoide troncato e il disfenoide camuso a facce regolari, ottenuto per deformazione 84
- 2.167 J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da un tetraedro: il tetraedro base o disfenoide, a sinistra, la sua separazione in due parti con traslazione, al centro, e successiva rotazione, a destra 84
- 2.168 J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da un tetraedro: le prime due coppie di triangoli in sostituzione di due spigoli del disfenoide, a sinistra, e loro inserimento, a destra 84
- 2.169 J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da un tetraedro: le due coppie di triangoli in sostituzione degli altri due spigoli del disfenoide, a sinistra, e loro inserimento, a destra 85
- 2.170 J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da due piramidi pentagonali: le due piramidi pentagonali appaiate, a sinistra, loro deformazione mediante parziale rotazione, inserimento di due triangoli equilateri, e figura complessiva, a destra 85



- 2.171 J84: un sistema rapido per costruire il disfenoido camuso a partire dall'antiprisma quadrato: a destra l'antiprisma, a sinistra il disfenoido camuso ottenuto per divisione delle basi quadrate e successiva deformazione per ottenere triangoli tutti equilateri 85
- 2.172 J85: l'antiprisma quadrato camuso e un suo possibile sviluppo piano 86
- 2.173 J85: costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire dall'antiprisma quadrato troncato: l'antiprisma quadrato, a sinistra, e l'antiprisma quadrato troncato, a destra 86
- 2.174 J85: costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire dall'antiprisma quadrato troncato: lo schema dell'alternanza dei vertici 86
- 2.175 J85: l'antiprisma quadrato camuso a facce non regolari costruito dall'antiprisma quadrato troncato e l'antiprisma quadrato camuso a facce regolari, ottenuto per deformazione 87
- 2.176 J85: costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire da un antiprisma quadrato: l'antiprisma base, a sinistra, e la sua separazione in due parti con traslazione, a destra 87
- 2.177 J85: costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire da un antiprisma quadrato: rotazione parziale dei triangoli superiori e inferiori, a sinistra, e inserimento di coppie di triangoli equilateri, a destra 87
- 2.178 J86: la sfenocorona 88
- 2.179 J86: un possibile sviluppo piano della sfenocorona 88
- 2.180 J86: una "lunula" secondo la definizione di Johnson, due lunule adiacenti a formare una specie di cuneo e una "corona" di 8 triangoli equilateri 89
- 2.181 J86: costruzione della sfenocorona a partire da due piramidi pentagonali distorte appaiate e una "bocca" con due quadrati e due triangoli equilateri 89
- 2.182 J86: la sfenocorona vista come "paniere" 89
- 2.183 J87: la sfenocorona aumentata e sua costruzione mediante una sfenocorona e una piramide quadrata 90
- 2.184 J87: un possibile sviluppo piano della sfenocorona aumentata 90
- 2.185 J88: la sfenomegacorona 91
- 2.186 J88: un possibile sviluppo piano della sfenomegacorona 91
- 2.187 J88: le due lunule che compongono il cuneo e la megacorona di 12 triangoli utilizzate per costruire la sfenomegacorona 92
- 2.188 J88: la sfenomegacorona vista come "barca", anche con lo scopo di evidenziarne la struttura 92
- 2.189 J89: l'ebesfenomegacorona 93
- 2.190 J89: un possibile sviluppo piano dell'ebesfenomegacorona 93
- 2.191 J89: le tre lunule che costituiscono il "cuneo smussato", in alto, e la megacorona di 12 triangoli, in basso, utilizzate per costruire l'ebesfenocorona 94
- 2.192 J89: evidenziazione della struttura dell'ebesfenocorona mediante soppressione del "cuneo smussato" 94
- 2.193 J90: il disfenocingolo e un suo possibile sviluppo piano 95
- 2.194 J90: separazione dei due "cunei" e della "cintura" che compongono il disfenocingolo 95
- 2.195 J91: la bilunabirotonda e un suo possibile sviluppo piano 96
- 2.196 J91: le due lunule e le due "rotundae" che compongono la bilunabirotonda 96
- 2.197 J92: l'ebesfenorotunda triangolare in due diverse proiezioni, che evidenziano ciascuna una delle due "metà" del solido 97
- 2.198 J92: un possibile sviluppo piano dell'ebesfenorotunda triangolare 97

- 2.199 J92: l'anello con tre lunule, la "faccia" con un esagono e tre triangoli, la "faccia" con tre pentagoni e tre triangoli circondanti un triangolo centrale, costituenti l'ebesfenorotunda triangolare 98
- 2.200 J92: i costituenti dell'ebesfenorotunda triangolare in una diversa proiezione rispetto alla figura 2.199 98
- 3.1 La piramide triangolare giroelongata, ovvero il trapezoedro trigonale diminuito 99
- 3.2 La piramide triangolare giroelongata, ovvero il trapezoedro trigonale 100
- 3.3 la bpiramide quadrata ovvero l'ottaedro 100
- 3.4 la bpiramide pentagonale giroelongata, ovvero l'icosaedro 101
- 3.5 Il fastigio e il fastigio elongato con evidenziazione delle due facce pentagonali 102
- 3.6 Il fastigio giroelongato e il bifastigio, con evidenziazione delle due facce rombiche 102
- 3.7 Il bifastigio elongato, il girobifastigio elongato e il bifastigio giroelongato 103
- 3.8 La girobicipola triangolare, ovvero il cubottaedro 103
- 3.9 l'ortobicipola quadrata elongata, ovvero il rombicubottaedro 104
- 3.10 La girobirotunda pentagonale ovvero l'icosidodecaedro 104
- 3.11 Il dodecaedro aumentato con tre piramidi pentagonali a due a due adiacenti 105
- 3.12 Cubo troncato aumentato con una cupola quadrata girata e due cupole adiacenti 105
- 3.13 Dodecaedro troncato aumentato con una cupola pentagonale girata e due cupole adiacenti 106
- 4.1 Il Tetrated Dodecaedro, un solido "quasi Johnson" 107
- 4.2 Poliedro a facce dodecagonali, un solido "quasi Johnson" 108
- 4.3 Poliedro a facce ennagonali, un solido "quasi Johnson" 108
- 4.4 Poliedro a facce decagonali, a spigoli uguali, un solido "quasi Johnson" 109
- 4.5 Poliedro a facce endecagonali, un solido "quasi Johnson" 109
- 4.6 Poliedro a facce decagonali e dodecagonali a spigoli uguali, un solido "quasi Johnson" 110



## Premessa

Questo fascicolo fa parte di una raccolta dedicata ai poliedri. Non si tratta di un lavoro teorico sui poliedri, quanto piuttosto di una serie di immagini che illustrano le spettacolari caratteristiche “estetiche” di queste figure geometriche.

Ci preme anche segnalare che il lavoro non ha alcuna pretesa di completezza e sistematicità: non basterebbe una voluminosa enciclopedia per raccogliere quanto è noto su questo argomento.

Nella bibliografia, che è comune per tutti i fascicoli della raccolta, sono riportati i testi consultati, sui quali si possono trovare tutte le dimostrazioni necessarie a giustificare le affermazioni e costruzioni via via proposte in questo lavoro.

Lo spunto per realizzare questa raccolta è nato per soddisfare le esigenze del corso di *Matematica per il Design*, svolto presso l'ISIA Roma, sede di Pordenone.

La quasi totalità delle figure proposte è stata realizzata con il pacchetto grafico Tikz del sistema L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, e anzi uno degli scopi di questo lavoro è proprio quello di mostrare come si possano realizzare con questo pacchetto anche figure tridimensionali molto complesse. Alcune figure sono costruite con Geogebra ed esportate come immagine.

BOZZA

*Materiale prelevato da batmath.it*

## Fascicoli pubblicati

Solidi Platonici. Introduzione generale ai poliedri. I cinque poliedri regolari. Poliedri regolari elevati. Relazioni tra i poliedri regolari. Costruzioni dei poliedri regolari. Tassellazioni della sfera e dello spazio a partire dai poliedri regolari. Appendice sugli anelli di Borromeo. Miscellanea: simboli di Schläfli, poligoni di Petrie. Oltre duecentocinquanta illustrazioni.

Solidi di Archimede e Catalan. Dualità. Dai poliedri regolari ai poliedri semiregolari mediante troncature o mediante espansione. Solidi di Catalan. Tassellazioni semiregolari della sfera e dello spazio. Il problema dei dittatori nemici. Poliedri di Goldberg e sfere geodetiche. Osservazioni sul cubottaedro. Oltre cinquecento illustrazioni.

Solidi di Johnson. Le tecniche costruttive. I novantadue poliedri. Altri solidi ottenuti con le tecniche “alla Johnson”. Quasi solidi di Johnson (*Near misses*). Circa trecentottanta illustrazioni.

Solidi di Keplero-Poinsot - Stellazioni. Generalità sulle stellazioni e le sfaccettature. I quattro solidi di Keplero-Poinsot. Alcune stellazioni dell'icosaedro. I poliedri di Badoureau e Coxeter. I duali dei poliedri di Badoureau e Coxeter. Prismi e antiprismi non convessi. Circa trecentosettanta illustrazioni.

BOZZA

*Materiale prelevato da batmath.it*

# 1 Introduzione

I poliedri di Archimede, come abbiamo visto nell'apposito fascicolo di questa raccolta, si costruiscono affievolendo alcune delle condizioni di regolarità richieste ai solidi platonici. Proseguendo nell'idea manteniamo ora solo la convessità stretta e la richiesta che tutte le facce siano poligoni regolari, senza alcuna richiesta sull'uniformità dei vertici (e naturalmente escludiamo i solidi platonici, di Archimede, i prismi e gli antiprismi che abbiamo già considerato).

Si ottengono in questo modo i 92 solidi di Johnson, così denominati da Normann Johnson che per primo li descrisse tutti nel 1966, anche se non dimostrò che erano gli unici possibili. Questa dimostrazione è stata fornita qualche anno più tardi (1969) da Victor Zalgaller.

Quello che più si avvicina ai solidi semiregolari di Archimede è la *girobiecupola quadrata allungata*, o *poliedro di Miller*, di cui abbiamo già parlato nel fascicolo sui solidi di Archimede: è l'unico dei 92 poliedri di Johnson che è localmente regolare sui vertici: in ogni vertice incidono quattro facce e la composizione di queste quaterne è sempre la stessa, tre quadrati e un triangolo.

La richiesta di convessità stretta fa sì che in un vertice possano concorrere al massimo cinque facce, visto che gli angoli interni di un poligono regolare sono almeno di  $60^\circ$ . La *piramide pentagonale*, J2, è un esempio di solido con un vertice di valenza cinque.

I solidi di Johnson hanno facce triangolari, quadrate, pentagonali, esagonali, ottagonali o decagonali, anche se non esiste un modo diretto per provarlo: è semplicemente il risultato della classificazione di questi poliedri.

La nomenclatura utilizzata per questi solidi è quella proposta da Johnson ed è molto significativa. Essa tiene conto, per i primi 83 poliedri, di come essi sono ottenuti a partire da frammenti di solidi platonici, archimedei o di prismi e antiprismi. Ne facciamo qui un breve schema.

Piramide Nome dal significato ovvio.

Cupola Solido con due basi parallele: una triangolare, quadrata o pentagonale e l'altra con il doppio di lati, unite da quadrati e triangoli equilateri.

Rotonda Solido con due basi parallele: una pentagonale e una decagonale, unite da pentagoni e triangoli (equilateri).

Bi- Prefisso usato per indicare l'unione di due piramidi, cupole o rotundae; l'ulteriore prefisso *orto* indica che l'unione avviene tra due solidi speculari rispetto alla base, mentre l'ulteriore prefisso *giro* indica che uno dei due è sottoposto ad una rotazione prima della saldatura.

Elongato Solido ottenuto mediante l'aggiunta di un prisma alla base del solido indicato o tra le due basi dei solidi indicati.

Giroelongato Simile a elongato, ma con l'aggiunta di un antiprisma anziché di un prisma.

Aumentato Al solido vengono aggiunte una o più piramidi o cupole.

Diminuito Al solido indicato vengono rimosse una o più cupole o piramidi.

Girato Una cupola aggiunta a un solido viene girata prima dell'unione.

Per i solidi da J84 a J92 il significato del nome è evidenziato a commento della apposita immagine.

Le tecniche che permettono di costruire i poliedri di Johnson a partire da frammenti di altri poliedri possono dare luogo anche ad altri poliedri che, per diversi motivi, non soddisfano le condizioni per essere poliedri di Johnson: ne parliamo nel capitolo 3.

Se si attenua la richiesta di regolarità assoluta delle facce e ci si accontenta di una “quasi regolarità” si possono ottenere numerosi solidi, anche molto interessanti, detti “quasi Johnson” o *near misses*. Ne proponiamo alcuni esempi significativi nel capitolo 4.

Questi solidi sono molto meno famosi dei solidi platonici o archimedei, tuttavia molti sono, a nostro avviso, estremamente interessanti, anche dal punto di vista “grafico”.

BOZZA  
Materiale prelevato da batmath.it

## 2 I 92 poliedri

### 2.1 Piramidi

L'elenco dei poliedri di Johnson inizia con le piramidi: dovendo avere le facce laterali a forma di triangolo equilatero, ci sono solo tre possibilità: la piramide triangolare, che è il tetraedro platonico, e le piramidi quadrata e pentagonale. Con base esagonale infatti la somma degli angoli al vertice sarebbe di  $360^\circ$  e la piramide stessa diventerebbe piatta.

#### 2.1.1 J1: Piramide quadrata

La piramide quadrata può essere ottenuta, nella maniera più semplice possibile, sezionando l'ottaedro regolare platonico. Si tratta di un solido con quattro facce triangolari e una faccia quadrata (detta base), ed è inscrivibile in una sfera.

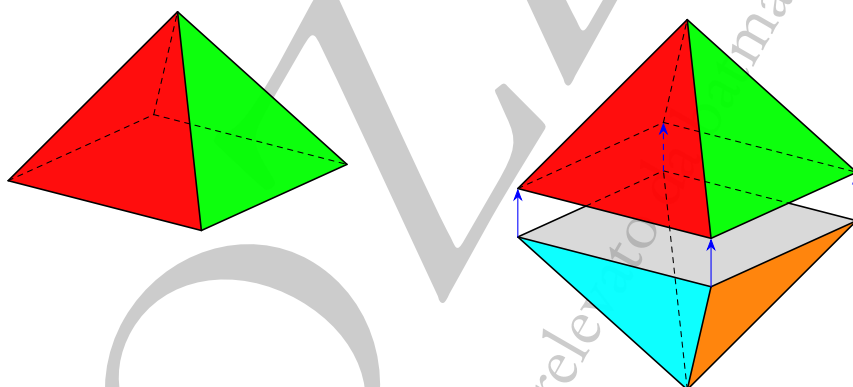


Figura 2.1: J1: *la piramide quadrata e sua costruzione a partire dall'ottaedro*

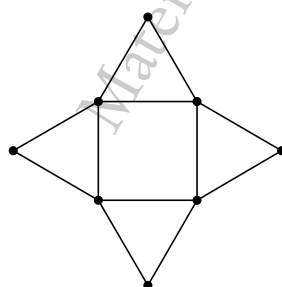


Figura 2.2: J1: *un possibile sviluppo piano della piramide quadrata*

## 2.1.2 J2: Piramide pentagonale

La piramide pentagonale può essere ottenuta sezionando l'icosaedro regolare (che può essere pensato come costituito da due di queste piramidi ed un antiprisma pentagonale). Si tratta di un solido con cinque facce triangolari e una faccia pentagonale (detta base), ed è inscrivibile in una sfera.

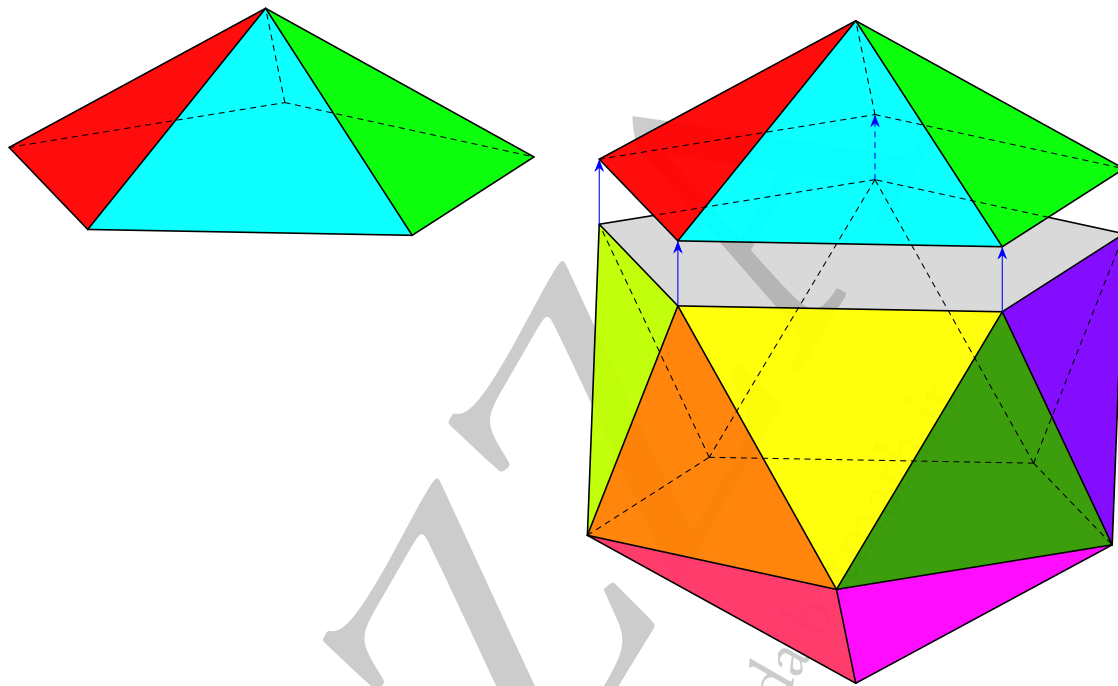


Figura 2.3: J2: la piramide pentagonale e sua costruzione a partire dall'icosaedro

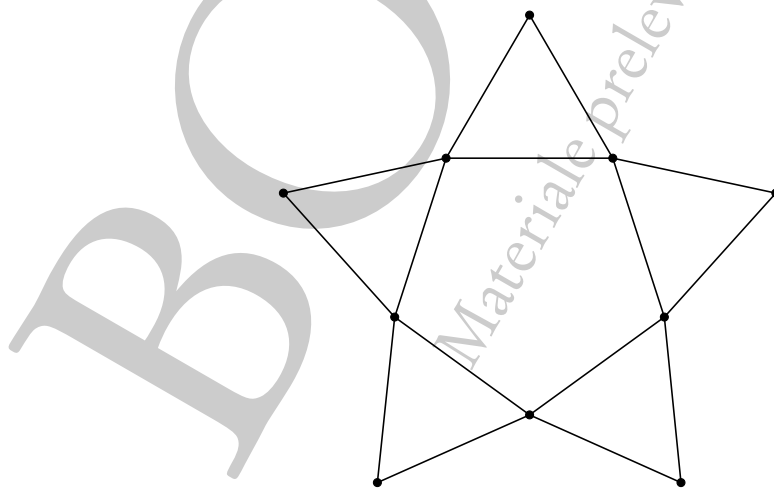


Figura 2.4: J2: un possibile sviluppo piano della piramide pentagonale



## 2.2 Cupole e Rotunda

Il secondo gruppo di poliedri di Johnson comprende tre *cupole* e una *rotunda*, ottenute come parti di solidi archimedei.

### 2.2.1 J3: Cupola triangolare

La cupola triangolare è ottenuta sezionando a metà un cubottaedro. Si tratta di un solido con tre facce quadrate e tre facce triangolari che circondano la base superiore pure triangolare e una faccia esagonale, la base inferiore. È chiaramente inscrivibile in una sfera. In ragione del fatto che la sua base maggiore è un esagono è anche nota come *cupola esagonale*.

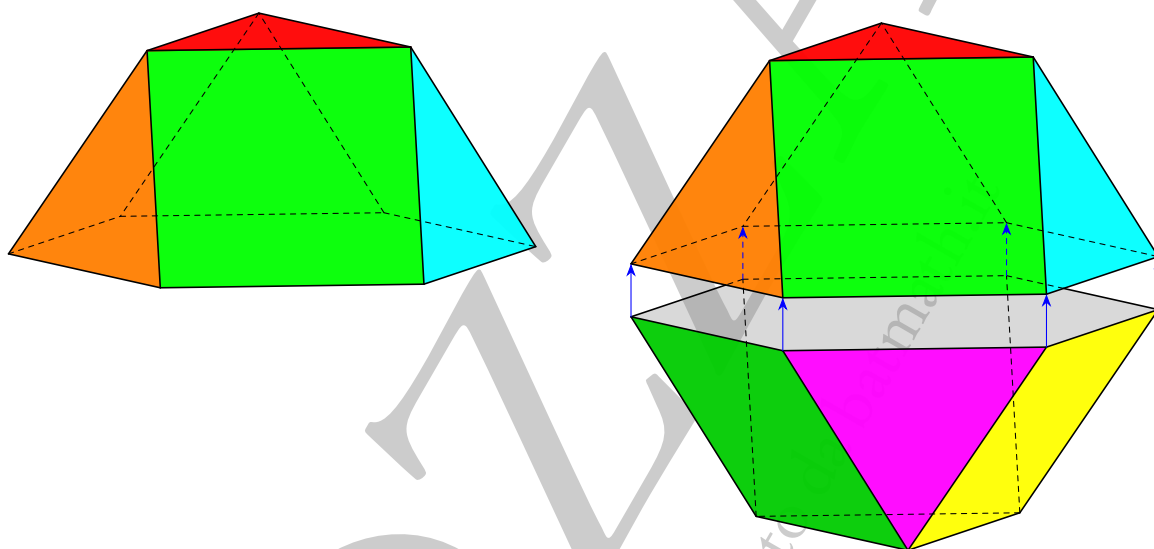


Figura 2.5: J3: la cupola triangolare e sua costruzione a partire dal cubottaedro

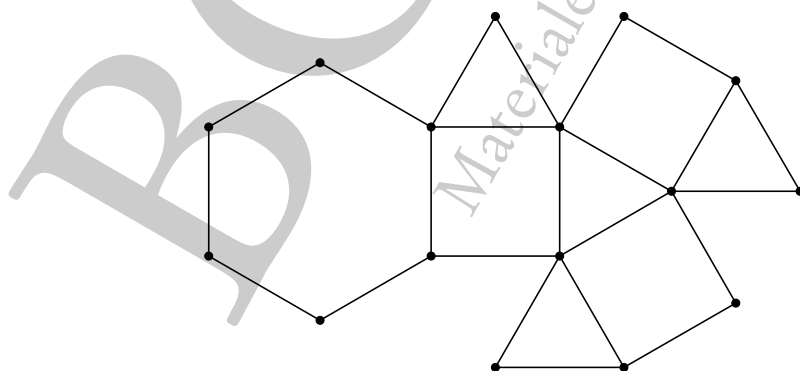


Figura 2.6: J3: un possibile sviluppo piano della cupola triangolare

## 2.2.2 J4: Cupola quadrata

La cupola quadrata è ottenuta sezionando un rombicubottaedro. Si tratta di un solido con quattro facce quadrate e quattro facce triangolari che circondano la base superiore pure quadrata e una faccia ottagonale, la base inferiore. È chiaramente inscrittibile in una sfera. In ragione del fatto che la sua base maggiore è un ottagono è anche nota come *cupola ottagonale*.

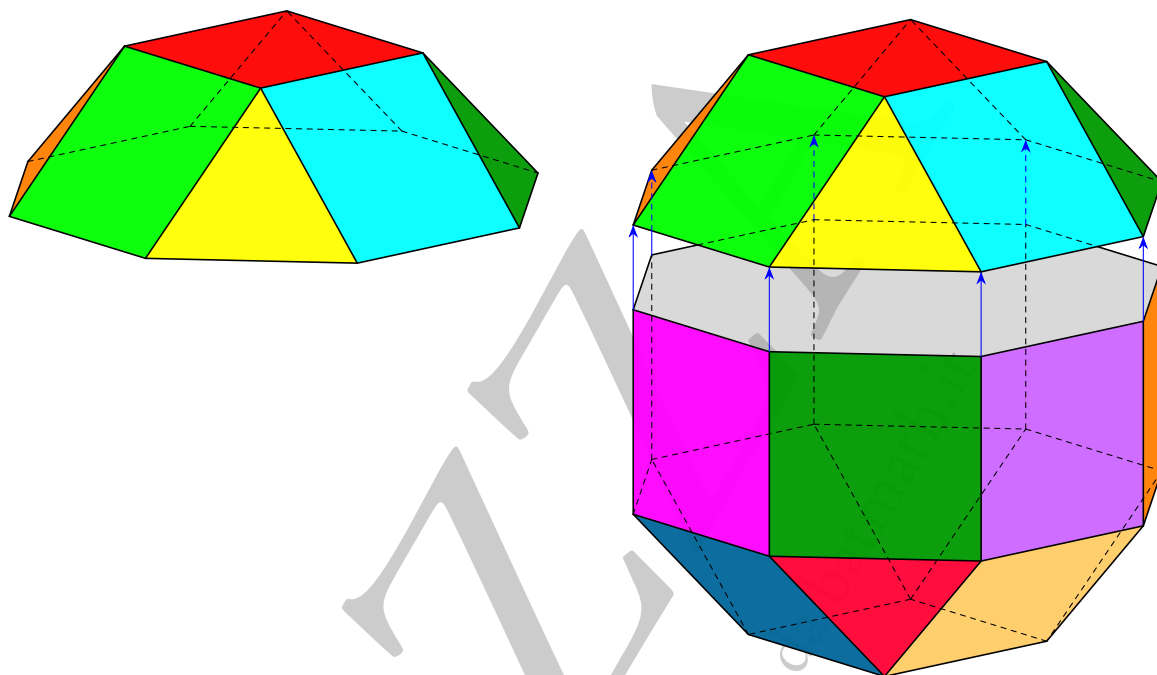


Figura 2.7: J4: la cupola quadrata e sua costruzione a partire dal rombicubottaedro

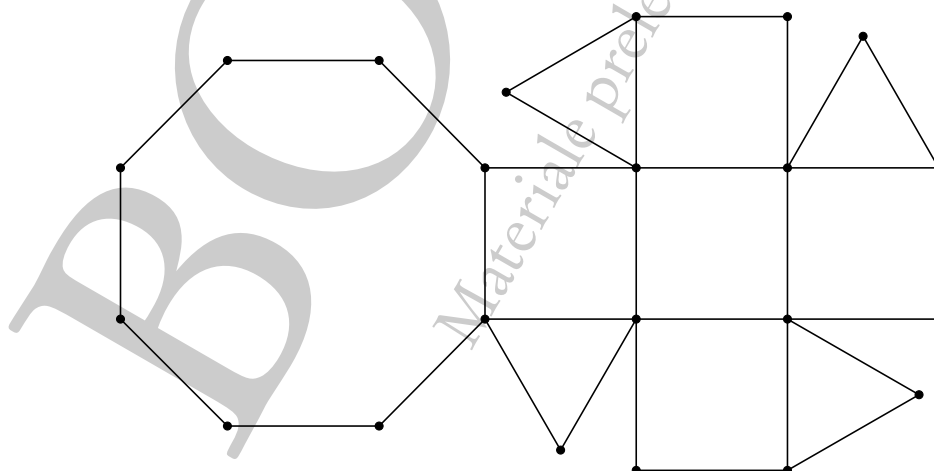


Figura 2.8: J4: un possibile sviluppo piano della cupola quadrata

## 2.2.3 J5: Cupola pentagonale

La cupola pentagonale è ottenuta sezionando un rombicosidodecaedro. Si tratta di un solido con cinque facce quadrate e cinque facce triangolari che circondano la base superiore pentagonale e una faccia decagonale, la base inferiore. È chiaramente inscrittibile in una sfera. In ragione del fatto che la sua base maggiore è un decagono è anche nota come *cupola decagonale*.

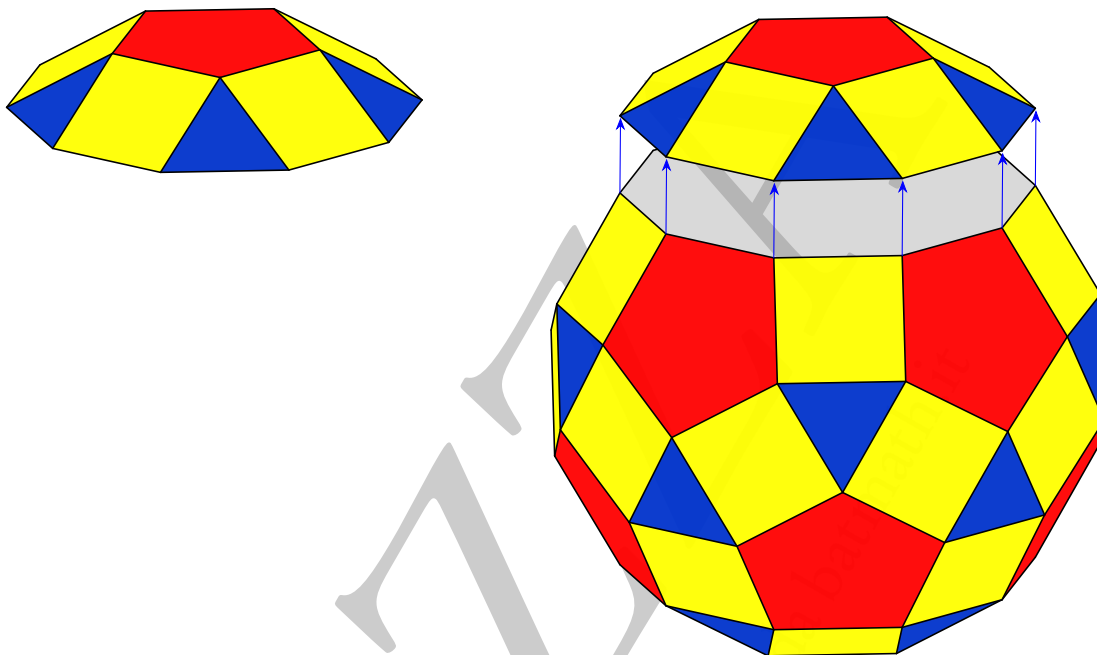


Figura 2.9: J5: la cupola pentagonale e sua costruzione a partire dal rombicosidodecaedro

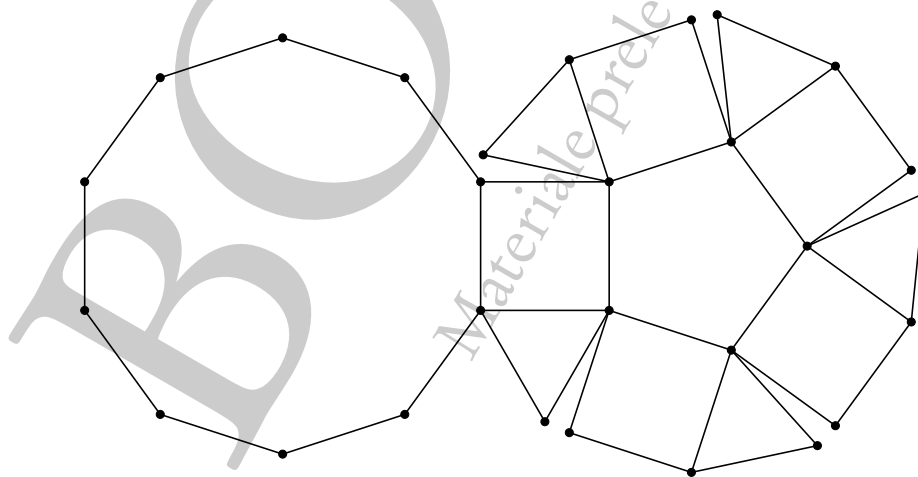


Figura 2.10: J5: un possibile sviluppo piano della cupola pentagonale

## 2.2.4 J6: Rotunda pentagonale

La rotunda pentagonale, a volte semplicemente *rotunda*, è ottenuta sezionando a metà l'icosidodecaedro. Si tratta di un solido con cinque facce pentagonali e cinque facce triangolari che circondano la base superiore pentagonale, altri cinque triangoli che riempiono lo spazio tra i pentagoni, mentre la base maggiore è un decagono. Anche questo solido è inscritibile in una sfera. In ragione della sua base maggiore decagonale è anche nota come *rotunda decagonale*.

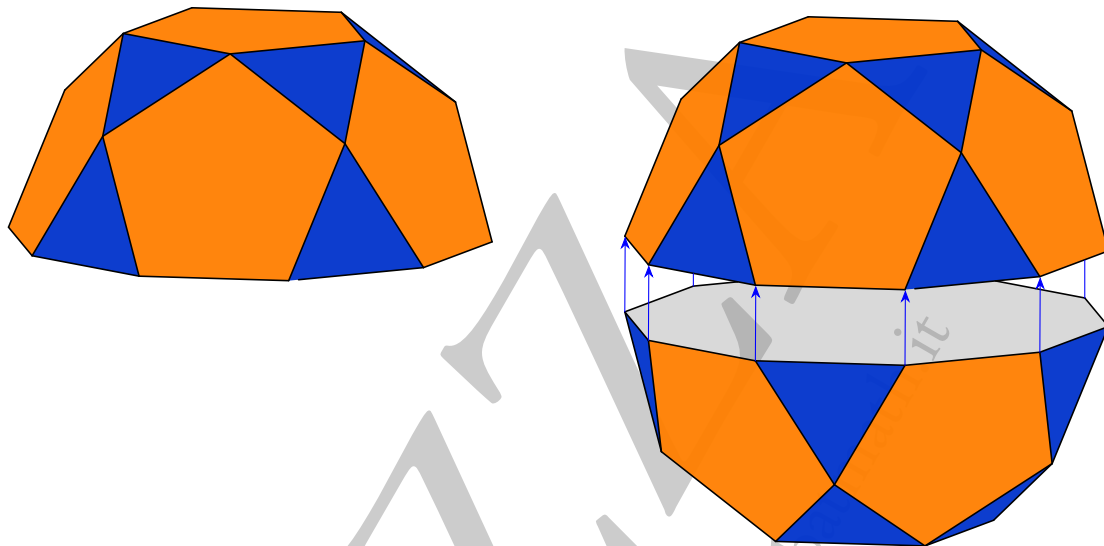


Figura 2.11: J6: la rotunda pentagonale e sua costruzione a partire dall'icosidodecaedro

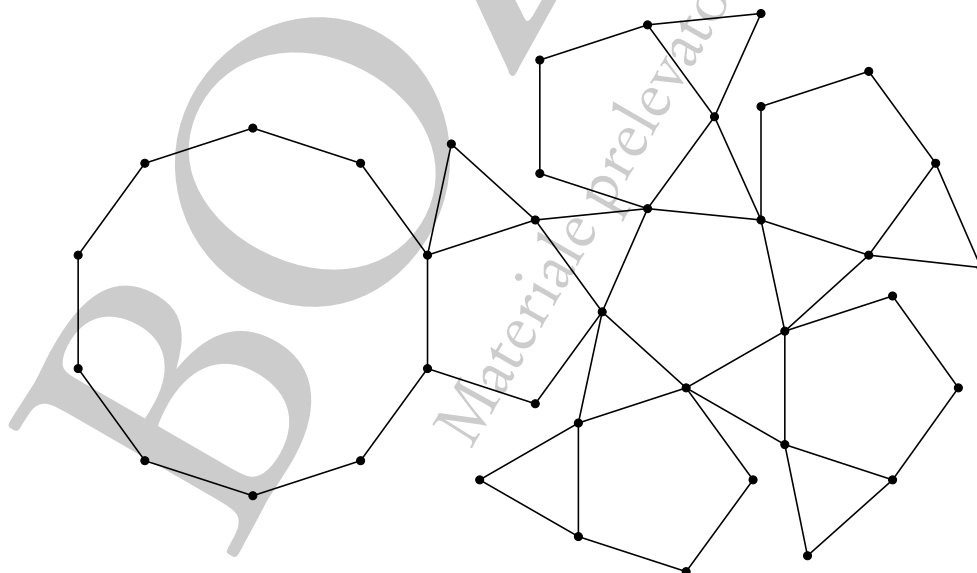


Figura 2.12: J6: un possibile sviluppo piano della rotunda pentagonale

## 2.3 Piramidi elongate e giroelongate

Le piramidi elongate si ottengono incollando un opportuno prisma alle tre piramidi, quelle giroelongate incollando il corrispondente antiprisma. Il solido ottenuto incollando l'antiprisma triangolare (ottaedro) al tetraedro non è un solido di Johnson, in quanto ha facce complanari, vedi il paragrafo 3.1 del capitolo 3.

### 2.3.1 J7: Piramide triangolare elongata

La piramide triangolare elongata si ottiene incollando un prisma triangolare al tetraedro regolare. Ha quattro facce triangolari (di cui una è la base) e tre facce quadrate.

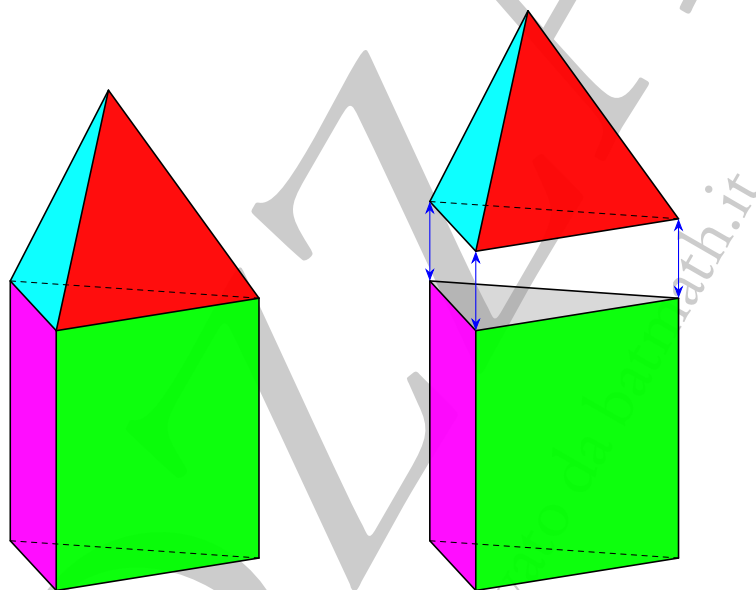


Figura 2.13: J7: la piramide triangolare elongata e sua costruzione mediante un tetraedro e un prisma triangolare

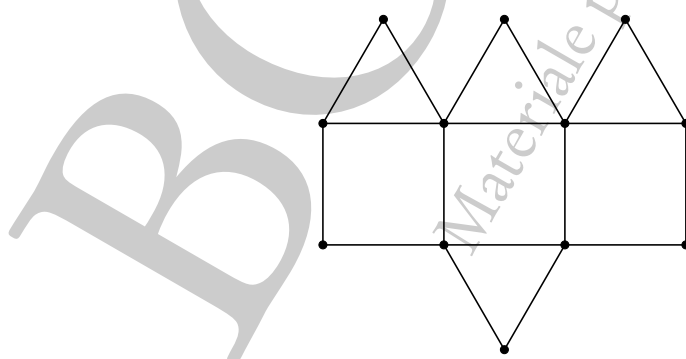


Figura 2.14: J7: un possibile sviluppo piano della piramide triangolare elongata

## 2.3.2 J8: Piramide quadrata elongata

La piramide quadrata elongata si ottiene incollando un cubo alla base della piramide quadrata. Ha cinque facce quadrate (quattro laterali e una base) e quattro facce triangolari.

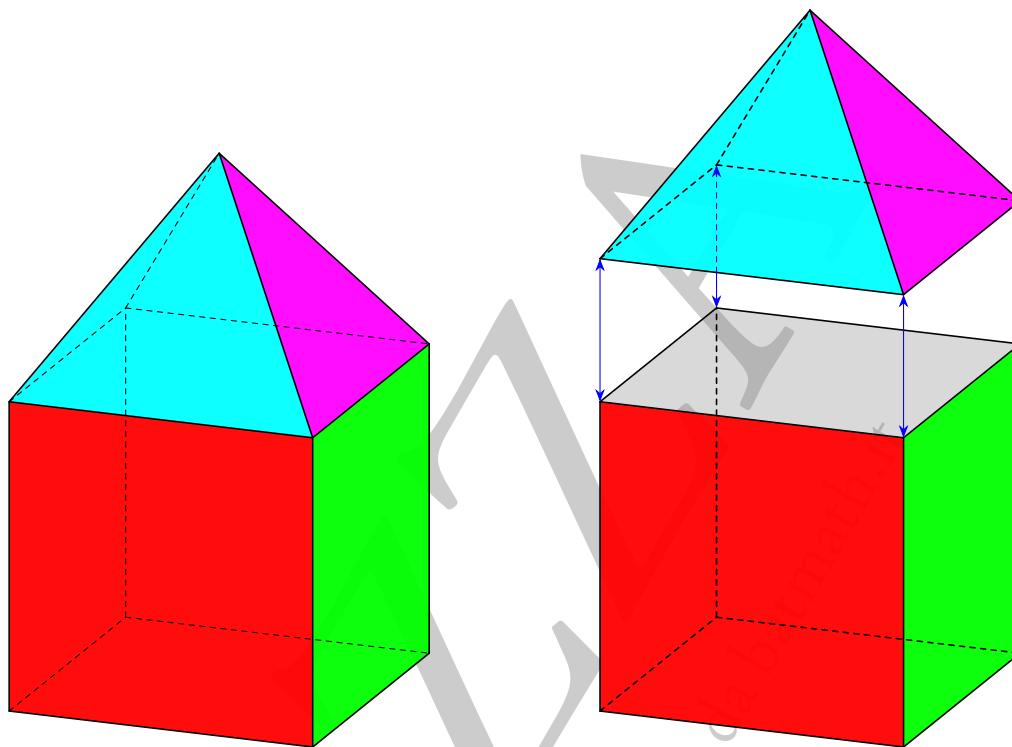


Figura 2.15: J8: *la piramide quadrata elongata e sua costruzione mediante una piramide quadrata e un cubo*

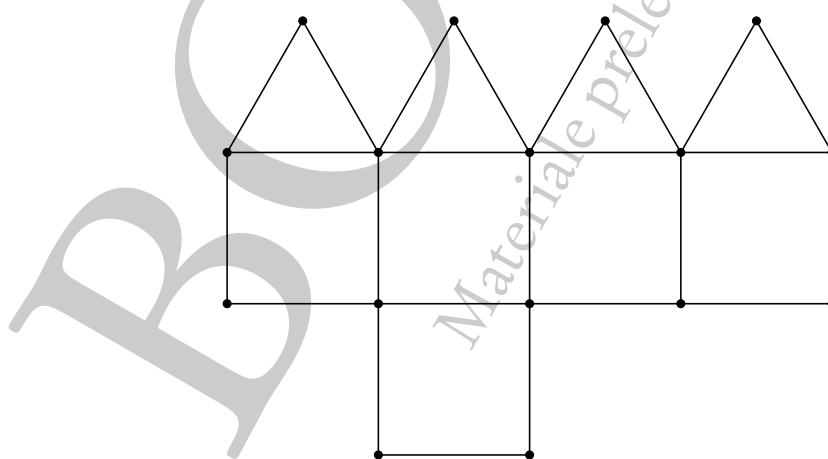


Figura 2.16: J7: *un possibile sviluppo piano della piramide quadrata elongata*

## 2.3.3 J9: Piramide pentagonale elongata

La piramide pentagonale elongata si ottiene incollando un prisma pentagonale alla base della piramide pentagonale. Ha cinque facce quadrate, cinque facce triangolari e una base pentagonale.

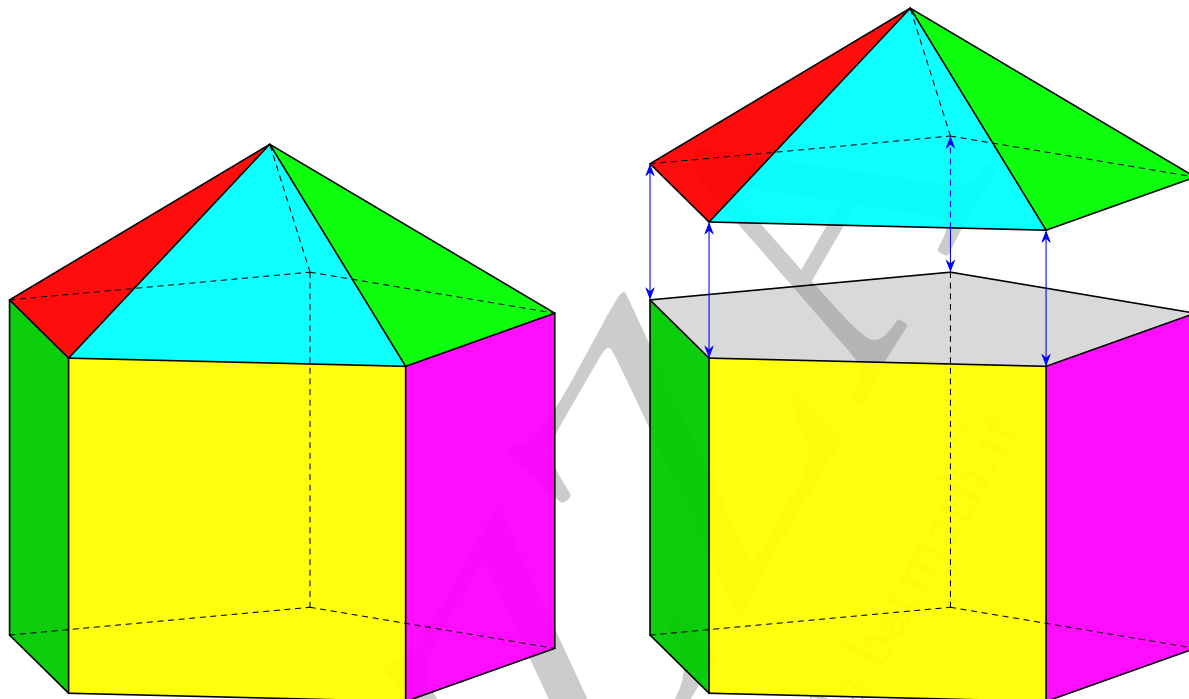


Figura 2.17: J9: la piramide pentagonale elongata e sua costruzione mediante una piramide e un prisma pentagonali

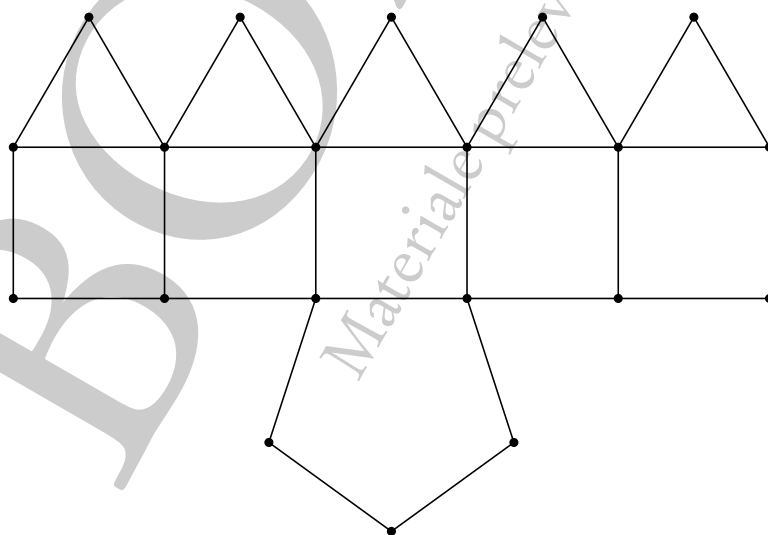


Figura 2.18: J9: un possibile sviluppo piano della piramide pentagonale elongata

## 2.3.4 J10: Piramide quadrata giroelongata

La piramide quadrata giroelongata si ottiene incollando un antiprisma quadrato alla base della piramide quadrata. Ha dodici facce triangolari e una base quadrata.

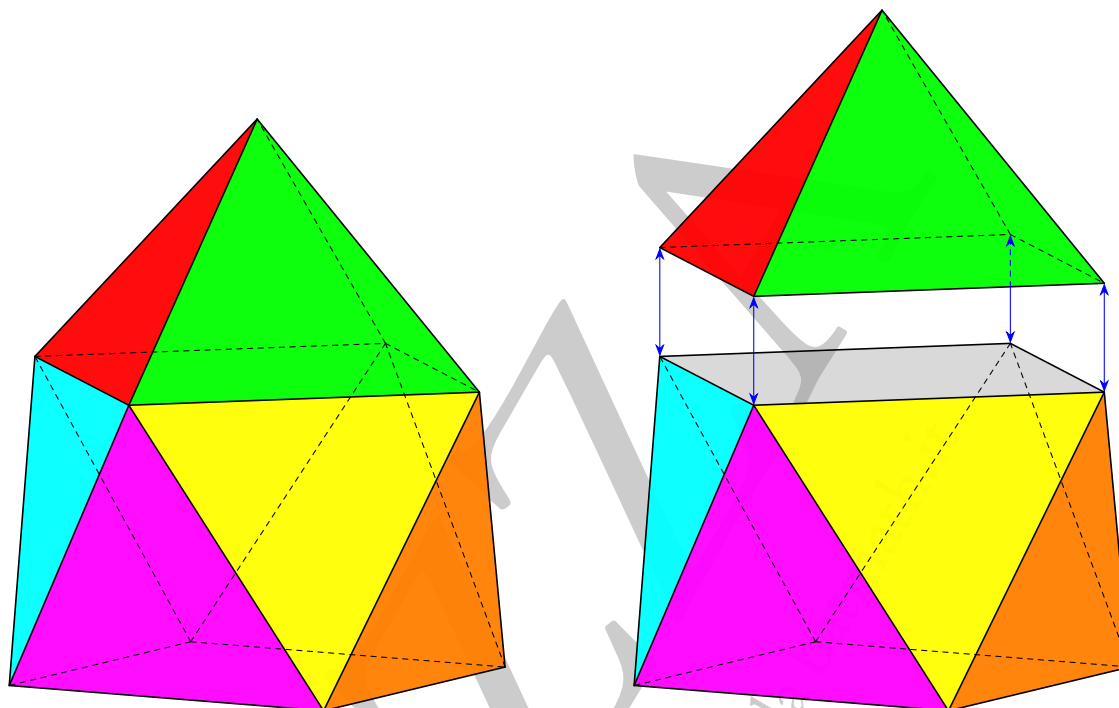


Figura 2.19: J10: *la piramide quadrata giroelongata e sua costruzione mediante una piramide e un antiprisma quadrati*

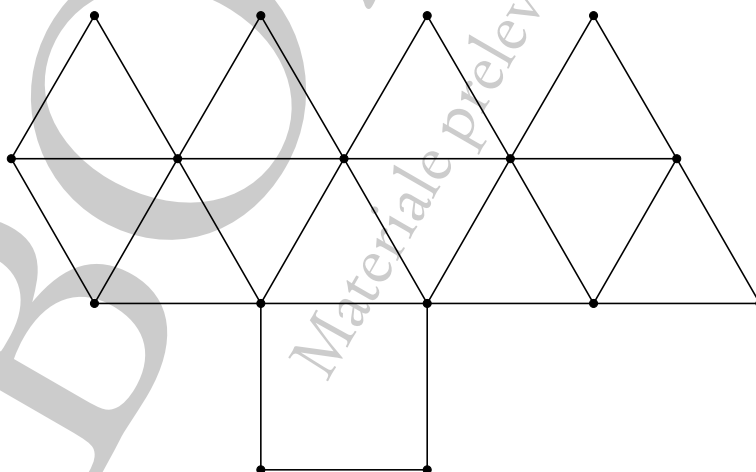


Figura 2.20: J10: *un possibile sviluppo piano della piramide quadrata giroelongata*



## 2.3.5 J11: Piramide pentagonale giroelongata

La piramide pentagonale giroelongata si ottiene incollando un antiprisma pentagonale alla base della piramide pentagonale. Ha quindici facce triangolari e una base pentagonale. Può anche essere ottenuta per soppressione di una piramide pentagonale dall'icosaedro (e in questo senso sarebbe un *icosaedro diminuito*), e quindi è sicuramente inscritibile in una sfera.

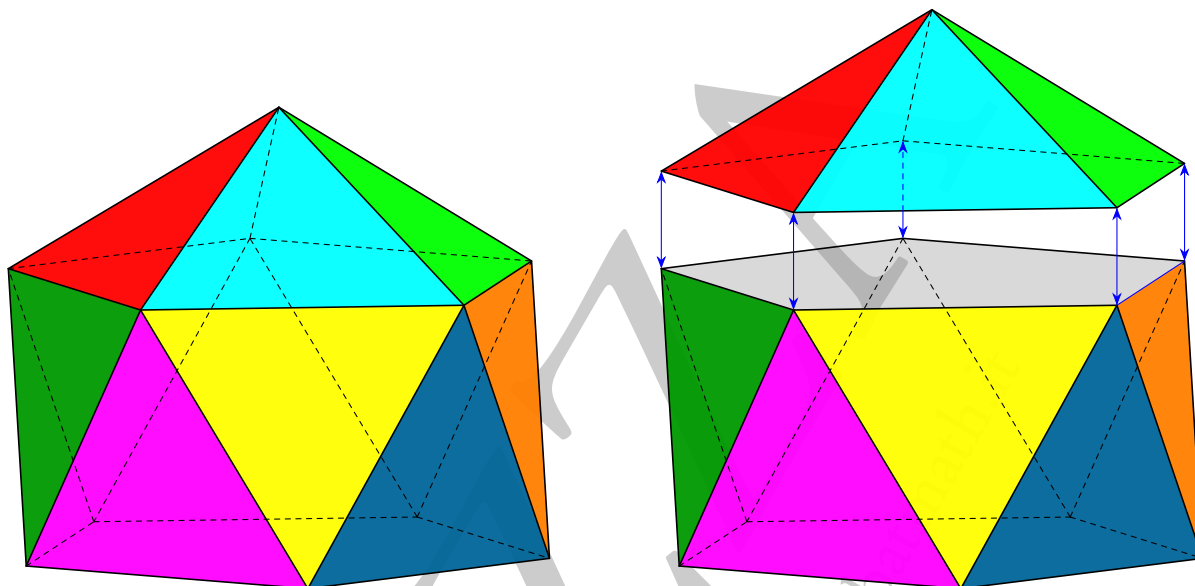


Figura 2.21: J11: la piramide pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante una piramide e un antiprisma pentagonali

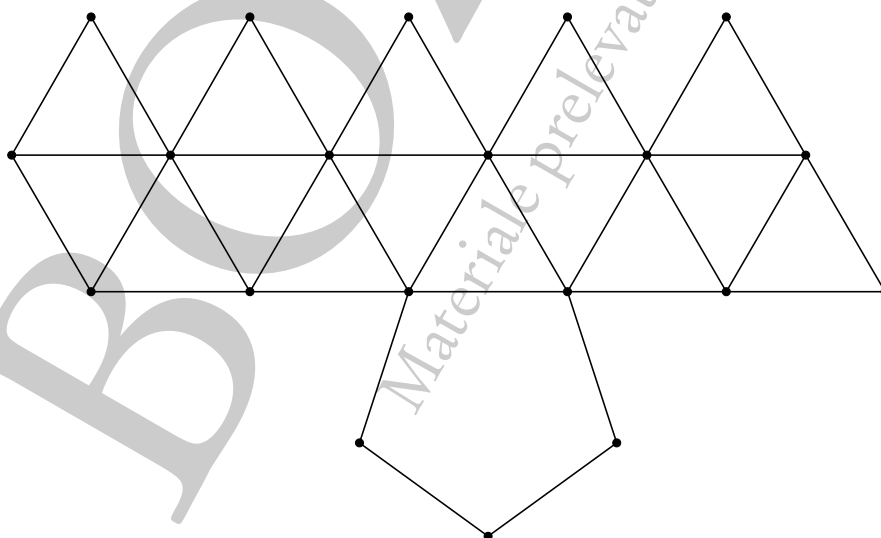


Figura 2.22: J11: un possibile sviluppo piano della piramide pentagonale giroelongata

## 2.4 Bpiramidi

Come dice il nome le bpiramidi si ottengono incollando per la base due piramidi. Il caso delle due piramidi quadrate è speciale in quanto la corrispondente bpiramide non è altro che l'ottaedro regolare, vedi il paragrafo 3.2 del capitolo 3. Entrambe le bpiramidi sono deltaedri, rispettivamente con sei e dieci facce.

### 2.4.1 J12: Bpiramide triangolare

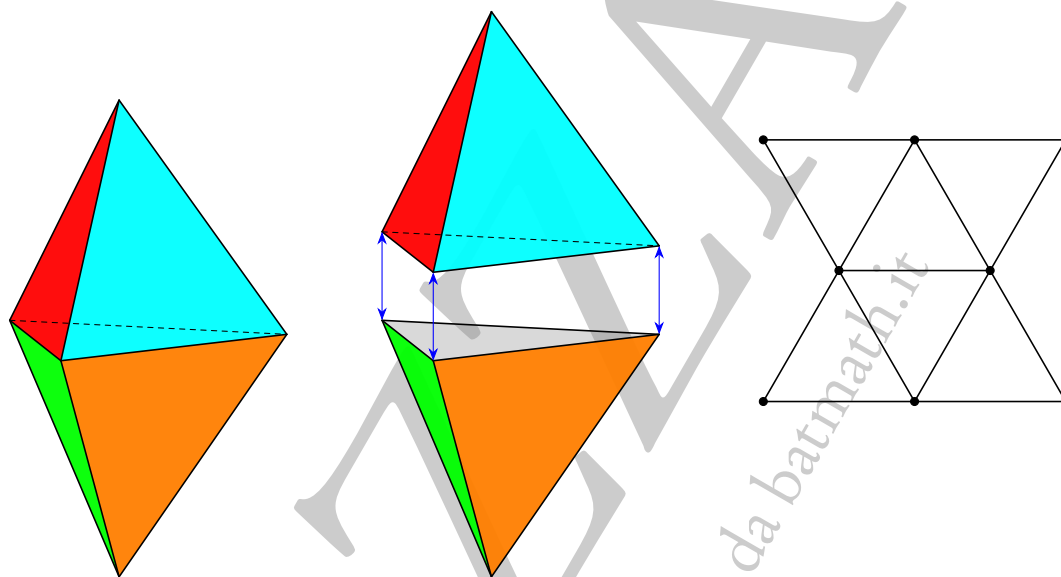


Figura 2.23: J12: la bpiramide triangolare, la sua costruzione mediante due tetraedri e un suo possibile sviluppo piano

### 2.4.2 J13: Bpiramide pentagonale

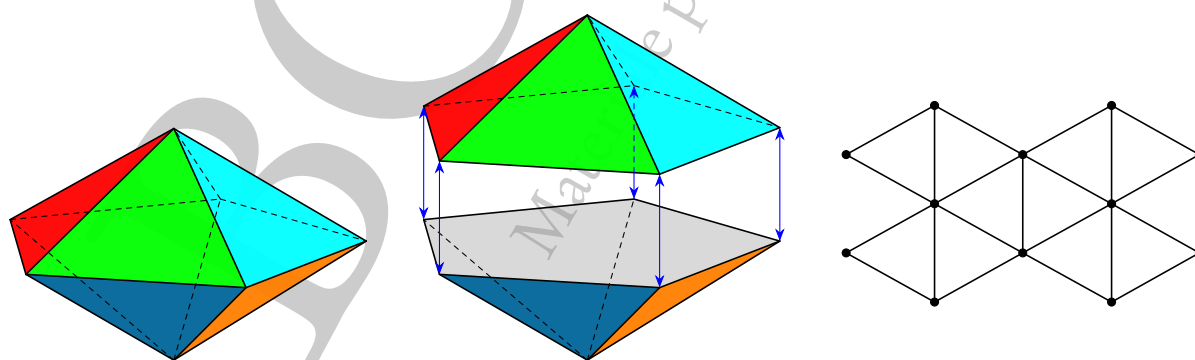


Figura 2.24: J13: la bpiramide pentagonale, la sua costruzione mediante due piramidi pentagonali e un suo possibile sviluppo piano

## 2.5 Bipiramidi elongate e giroelongate

Le bipiramidi elongate si ottengono inserendo un opportuno prisma tra due piramidi, quelle giroelongate inserendo il corrispondente antiprisma. In realtà l'unica piramide giroelongata che sia un solido di Johnson è quella quadrata, in quanto quella triangolare ha facce complanari (vedi il paragrafo 3.1 del capitolo 3, mentre la bipiramide pentagonale giroelongata è semplicemente l'icosaedro regolare (vedi il paragrafo 3.3 del capitolo 3).

### 2.5.1 J14: Bipiramide triangolare elongata

Ha sei facce triangolari e tre facce quadrate.

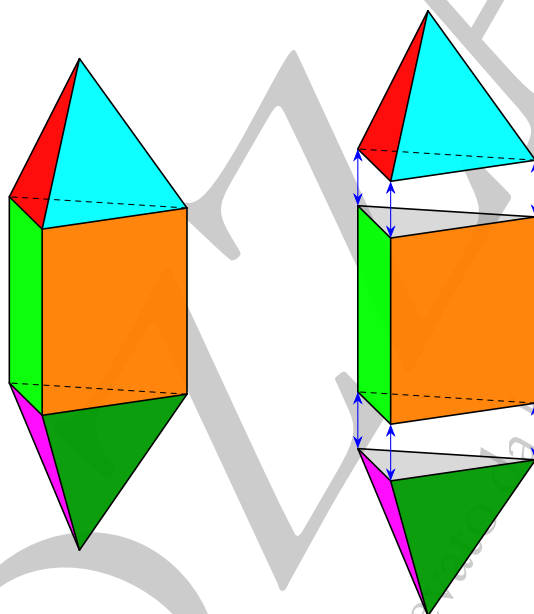


Figura 2.25: J14: la bipiramide triangolare elongata e la sua costruzione mediante due tetraedri e un prisma triangolare

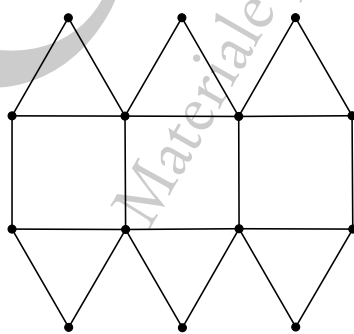


Figura 2.26: Jx: un possibile sviluppo piano della bipiramide triangolare elongata

## 2.5.2 J15: Bpiramide quadrata elongata

Ha otto facce triangolari e quattro facce quadrate.

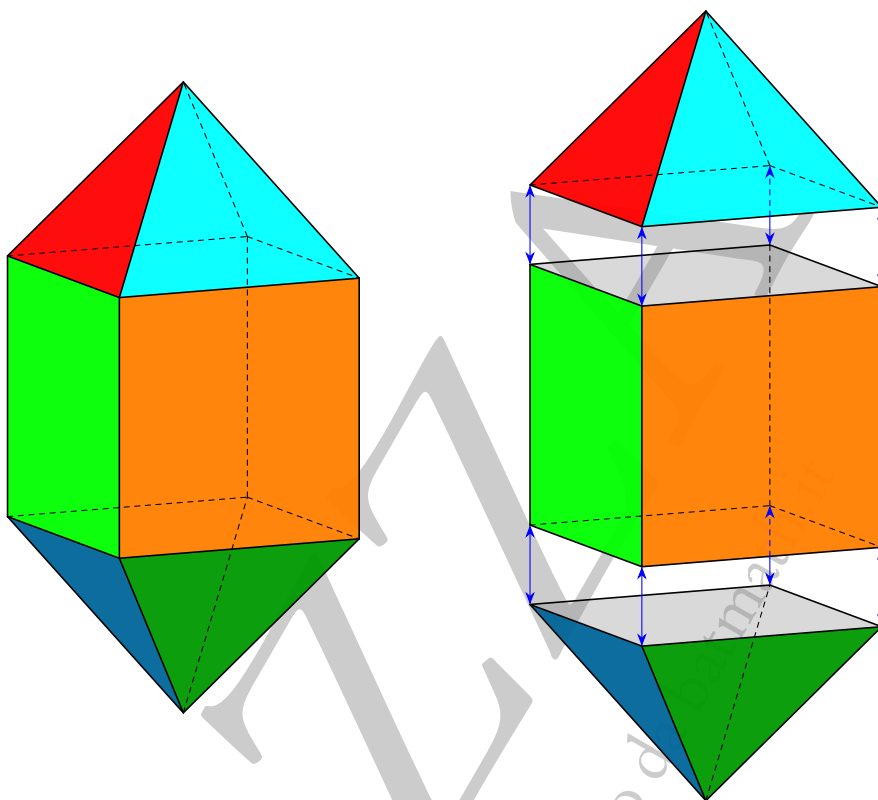


Figura 2.27: J15: *la bpiramide quadrata elongata e sua costruzione mediante due piramidi quadrate e un cubo*

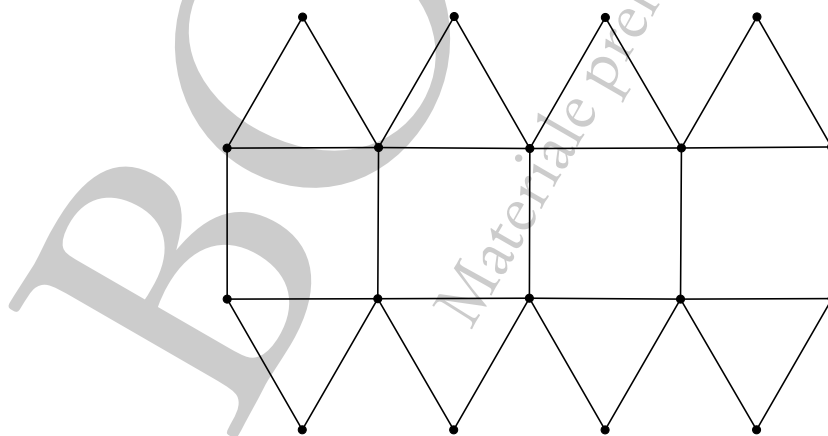


Figura 2.28: J15: *un possibile sviluppo piano della bpiramide quadrata elongata*

## 2.5.3 J16: Bipiramide pentagonale elongata

Ha dieci facce triangolari e cinque facce quadrate.

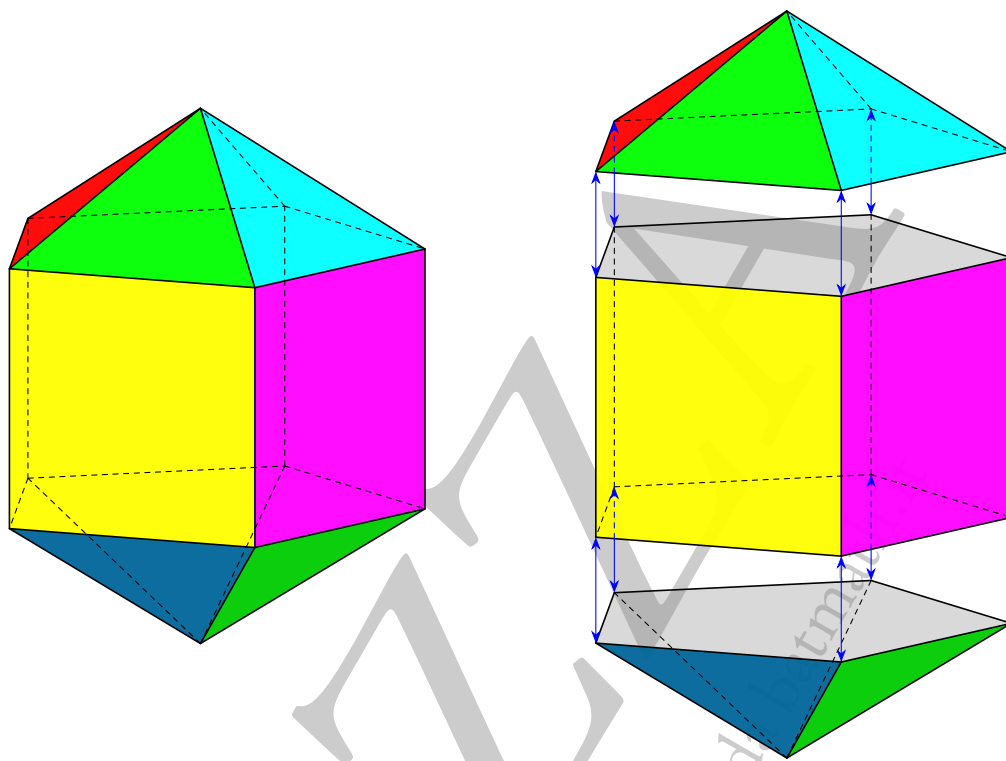


Figura 2.29: J16: *la bipiramide pentagonale elongata e sua costruzione mediante due piramidi e un prisma pentagonali*

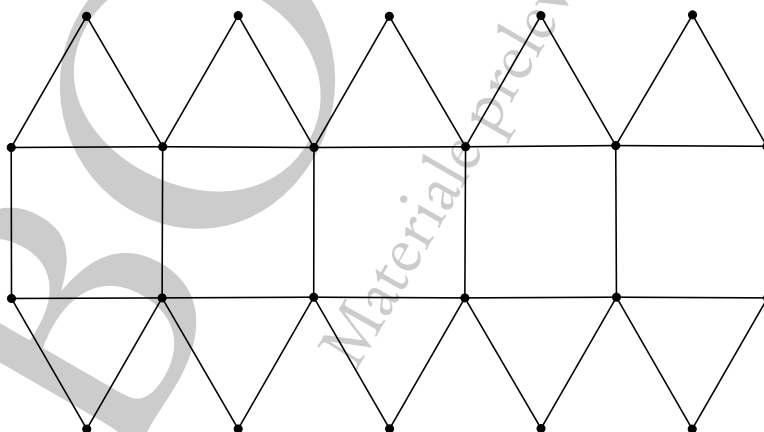


Figura 2.30: J16: *un possibile sviluppo piano della bipiramide pentagonale elongata*

## 2.5.4 J17: Bpiramide quadrata giroelongata

Ha sedici facce triangolari e quindi è uno dei deltaedri.

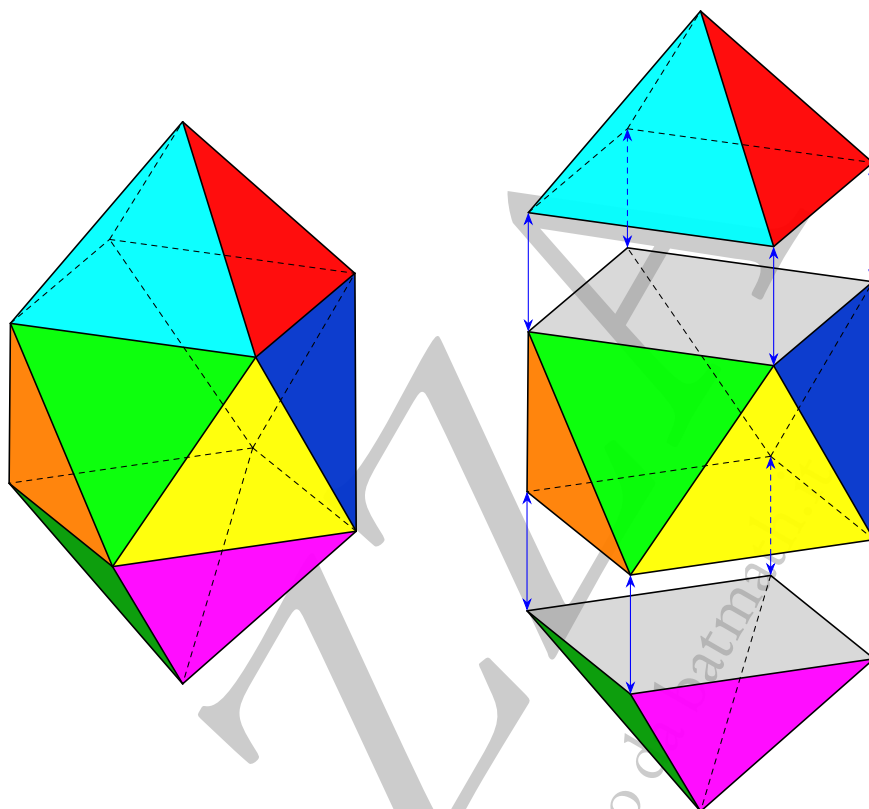


Figura 2.31: J17: *la bpiramide quadrata giroelongata e sua costruzione mediante due piramidi e un antiprisma quadrati*

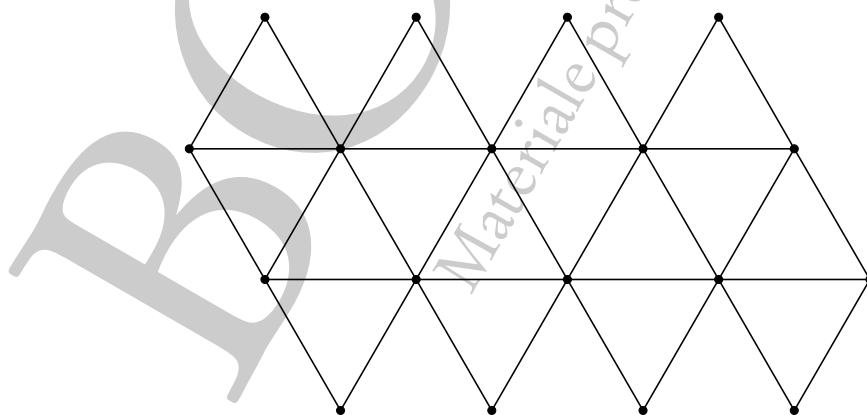


Figura 2.32: J17: *un possibile sviluppo piano della bpiramide quadrata giroelongata*

## 2.6 Cupole e rotunda elongate e giroelongate

Gruppo di solidi ottenuti dalle cupole o dalla rotunda con l'aggiunta di prismi o antiprismi opportuni.

## 2.6.1 J18: Cupola triangolare elongata

Ha nove facce quadrate, quattro facce triangolari (di cui una è la base superiore) e una base esagonale.

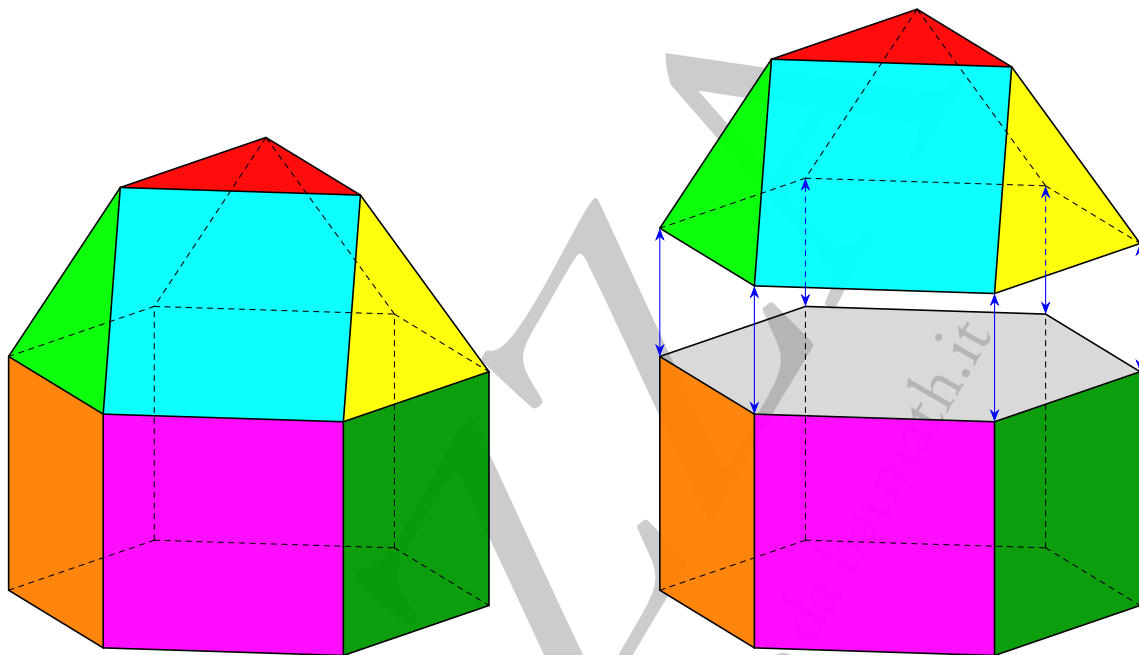


Figura 2.33: J18: *la cupola triangolare elongata e sua costruzione mediante una cupola triangolare e un prisma esagonale*

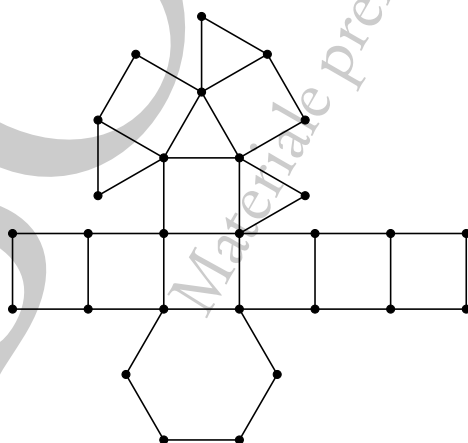


Figura 2.34: J18: *un possibile sviluppo piano della cupola triangolare elongata*

## 2.6.2 J19: Cupola quadrata elongata

Ha 13 facce quadrate (di cui una è la base superiore), quattro triangolari e una base ottagonale.

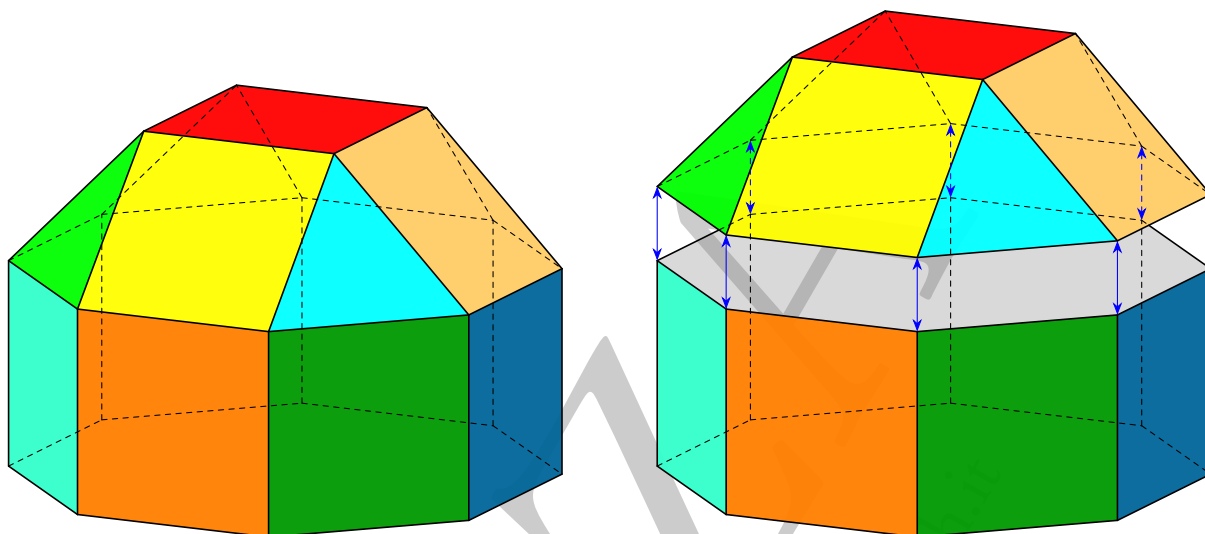


Figura 2.35: J19: la cupola quadrata elongata e sua costruzione mediante una cupola quadrata e un prisma ottagonale

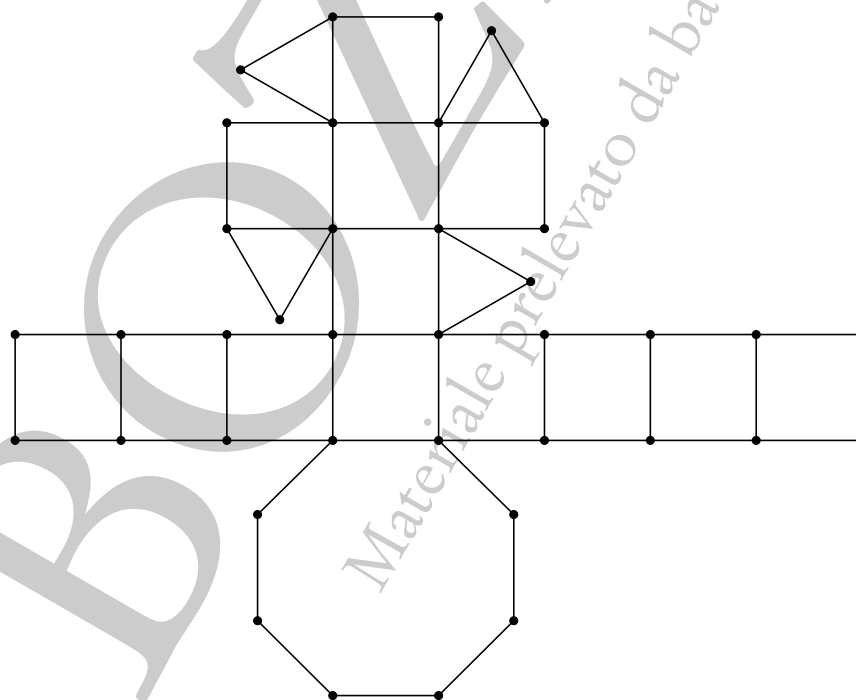


Figura 2.36: J19: un possibile sviluppo piano della cupola quadrata elongata



2.6.3 J20: Cupola pentagonale elongata

Ha 15 facce quadrate, cinque triangolari, una base pentagonale e una base decagonale.

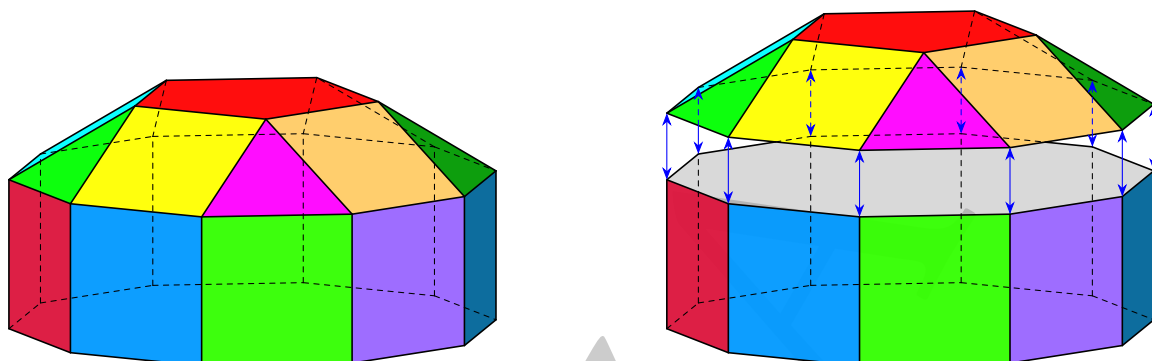


Figura 2.37: J20: la cupola pentagonale elongata e sua costruzione mediante una cupola pentagonale e un prisma decagonale

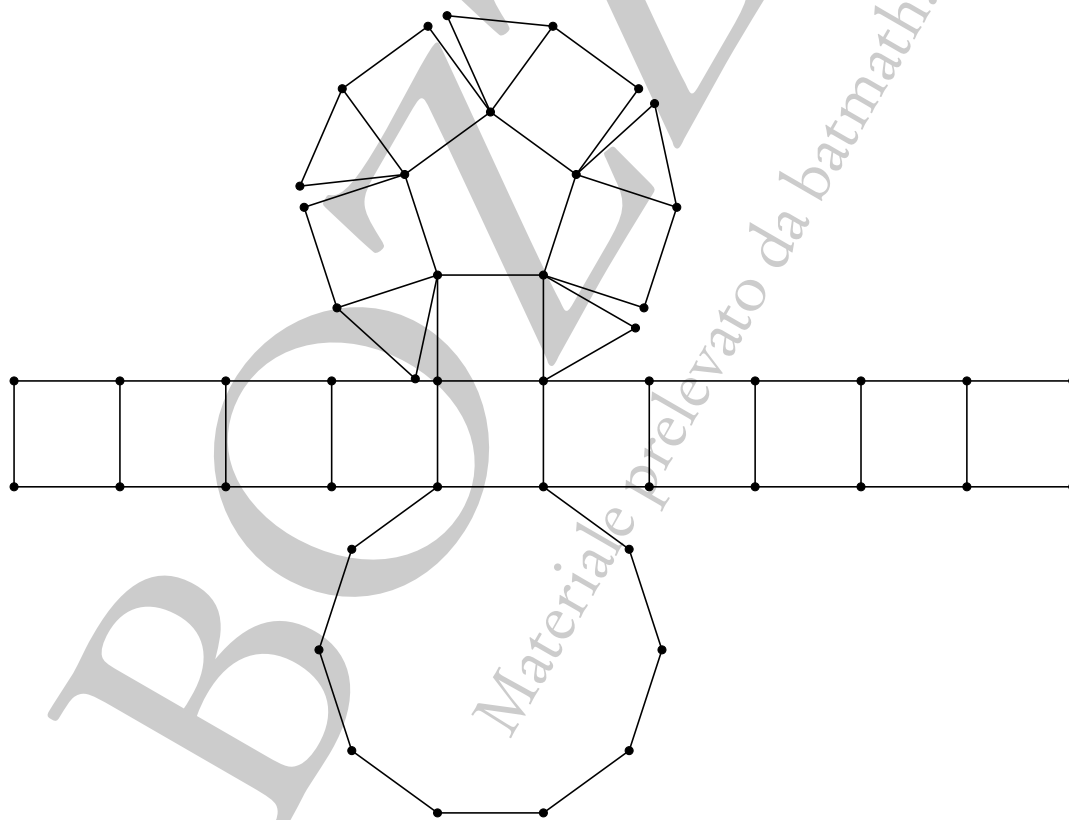


Figura 2.38: J20: un possibile sviluppo piano della cupola pentagonale elongata

## 2.6.4 J21: Rotonda pentagonale allungata

Alle facce della rotunda pentagonale si aggiungono 10 facce quadrate.

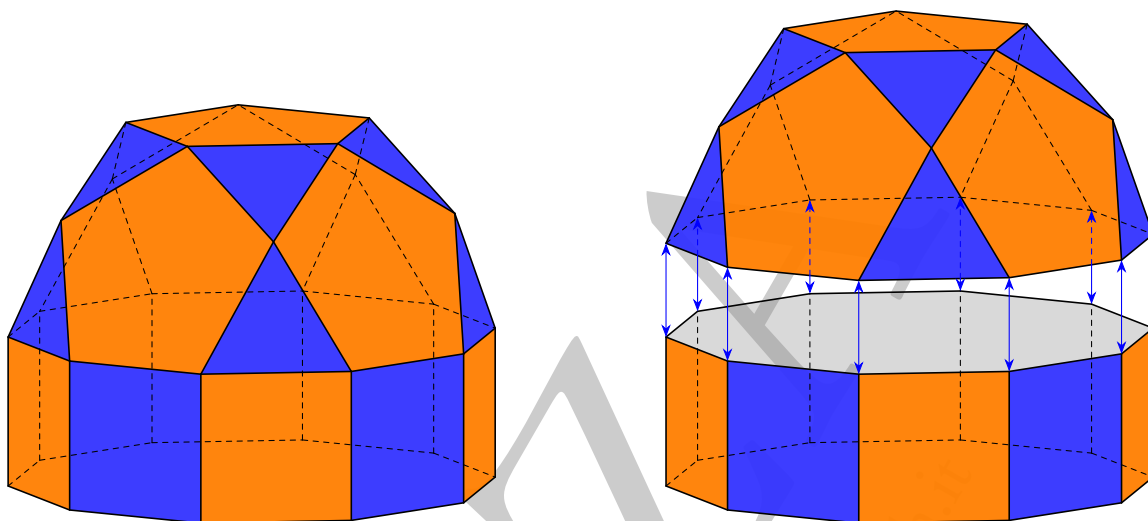


Figura 2.39: J21: la rotunda pentagonale allungata e sua costruzione mediante una rotunda pentagonale e un prisma decagonale

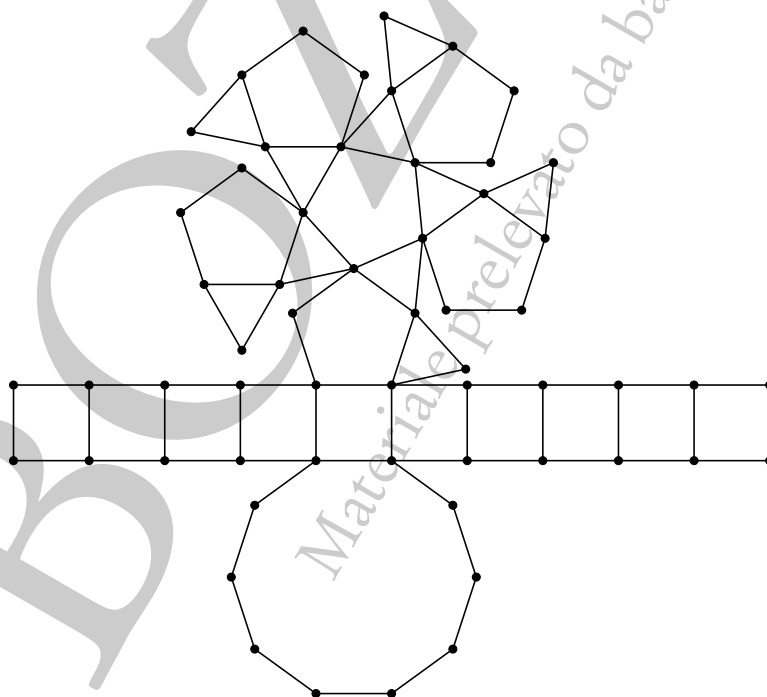


Figura 2.40: J21: un possibile sviluppo piano della rotunda pentagonale allungata

2.6.5 J22: Cupola triangolare giroelongata

Alle facce della cupola triangolare si aggiungono 12 facce triangolari.

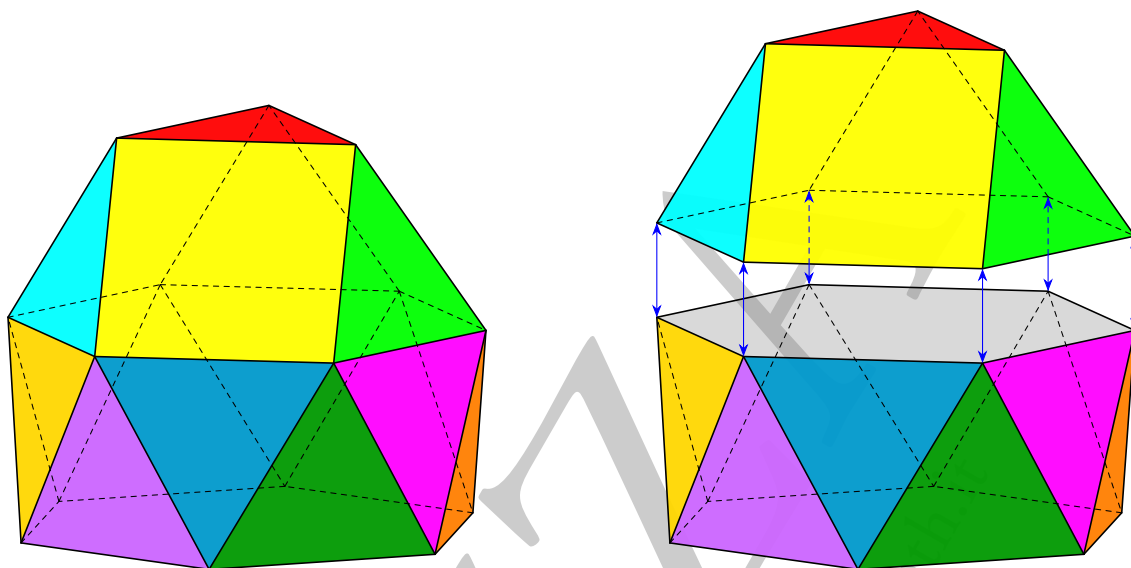


Figura 2.41: J22: la cupola triangolare giroelongata e sua costruzione mediante una cupola triangolare e un antiprisma esagonale

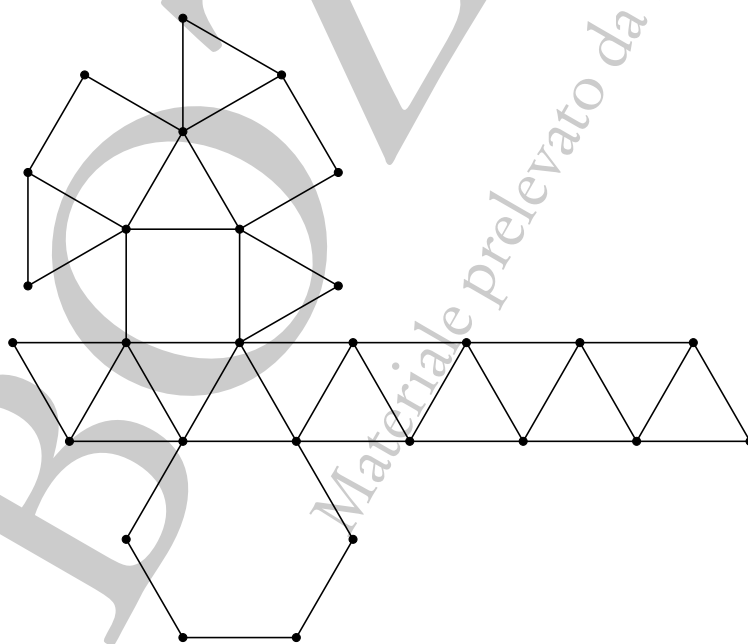


Figura 2.42: J22: un possibile sviluppo piano della cupola triangolare giroelongata

## 2.6.6 J23: Cupola quadrata giroelongata

Alle facce della cupola quadrata si aggiungono 16 facce triangolari.

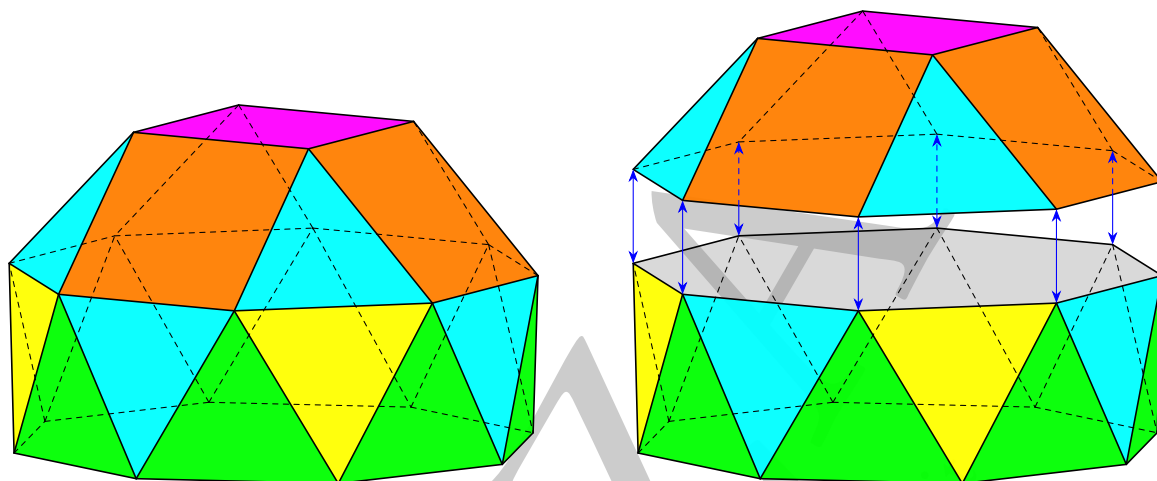


Figura 2.43: J23: la cupola quadrata giroelongata e sua costruzione mediante una cupola quadrata e un antiprisma ottagonale

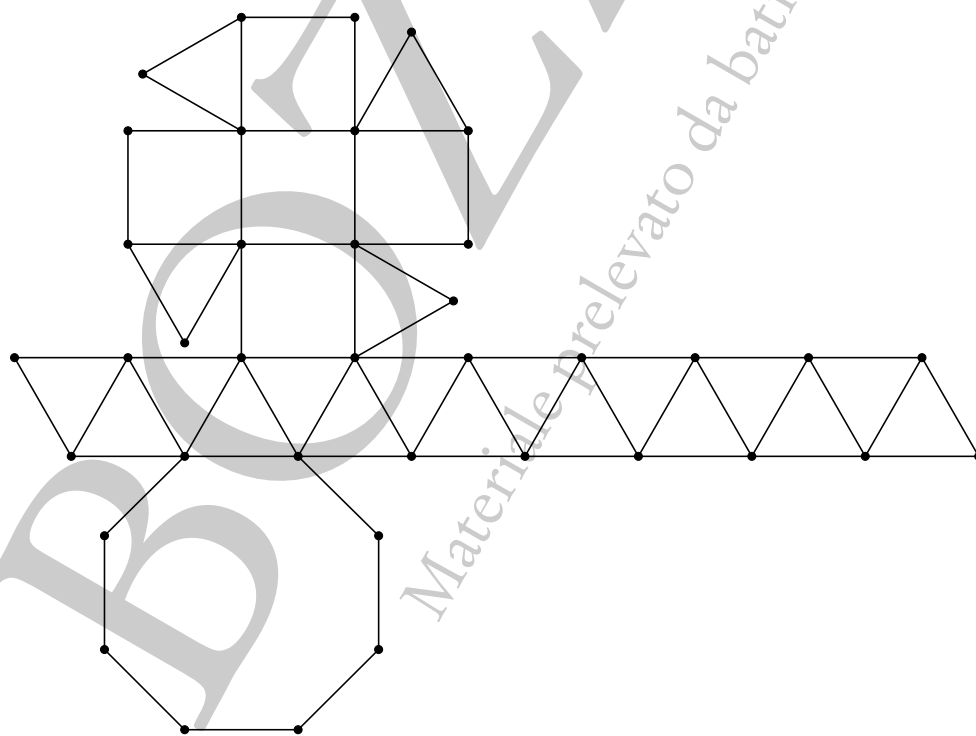


Figura 2.44: J23: un possibile sviluppo piano della cupola quadrata giroelongata

2.6.7 J24: Cupola pentagonale giroelongata

Alle facce della cupola pentagonale si aggiungono 20 facce triangolari.

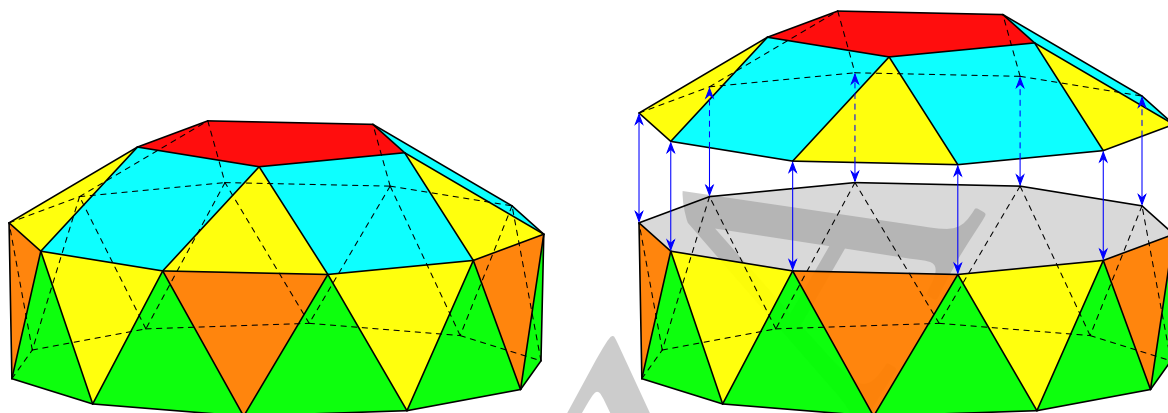


Figura 2.45: J24: la cupola pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante una cupola pentagonale e un antiprisma decagonale

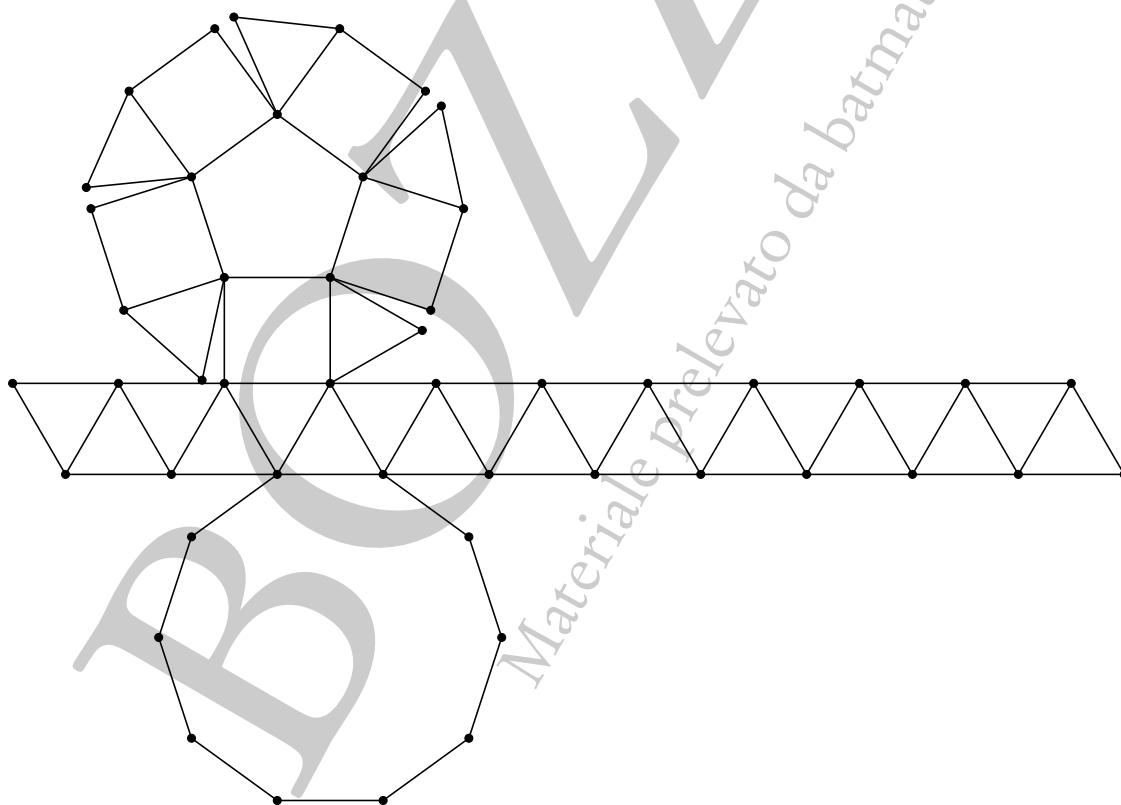


Figura 2.46: J24: un possibile sviluppo piano della cupola pentagonale giroelongata

## 2.6.8 J25: Rotonda pentagonale giroelongata

Alle facce della rotunda pentagonale si aggiungono 20 facce triangolari.

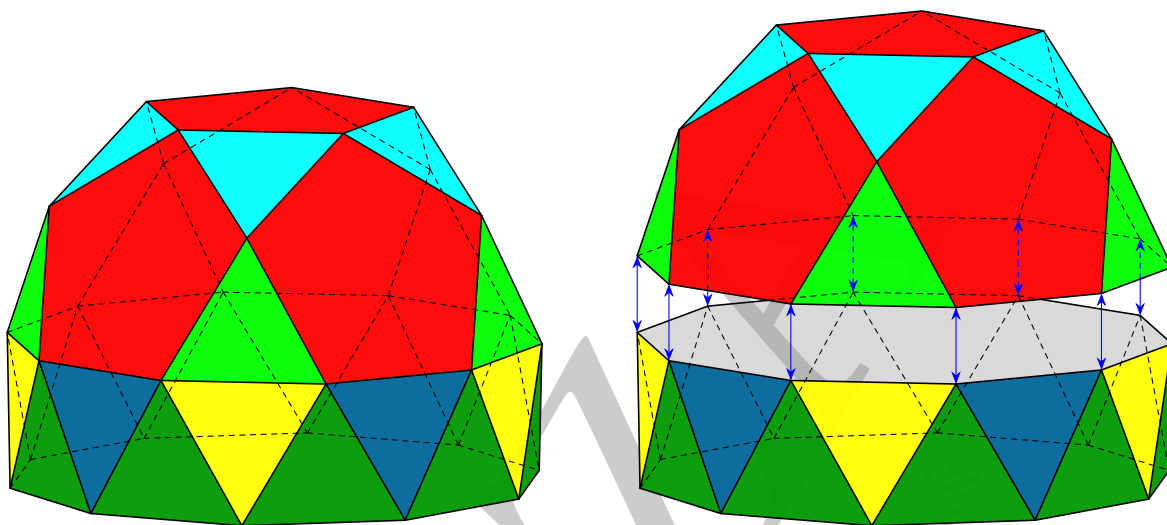


Figura 2.47: J25: la rotunda pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante una rotunda pentagonale un antiprisma decagonale

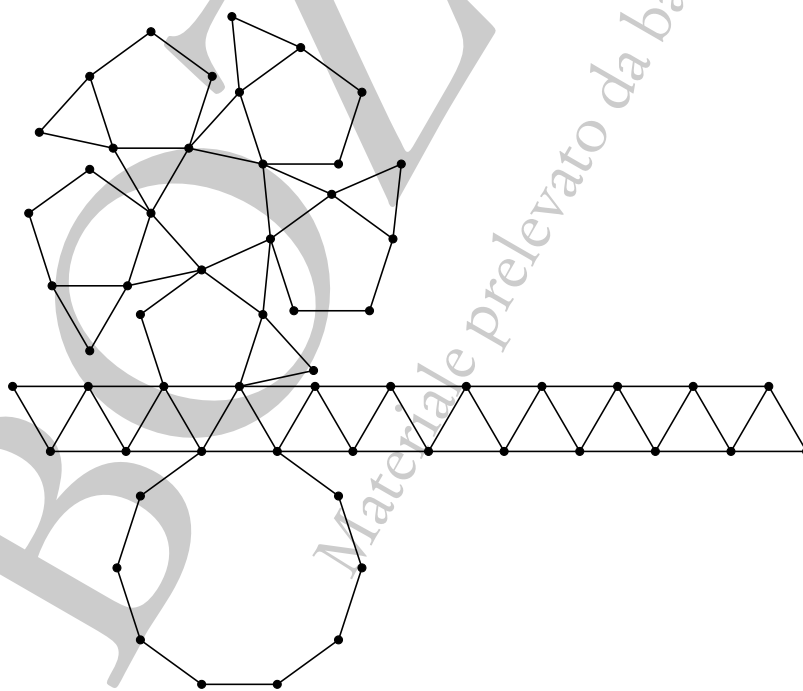


Figura 2.48: J25: un possibile sviluppo piano della rotunda pentagonale giroelongata

## 2.7 Girobifastigio

Fastigio, dal latino *fastigium*, “inclinazione, culmine”, indica, in architettura, la parte più alta del coronamento di un organismo architettonico, ovvero l’apice di cupole, guglie, tetti. Il prisma triangolare a facce quadrate può essere visto come un “fastigio”, se opportunamente disposto, come mostrato nel paragrafo 3.4 del capitolo 3.

Nella proiezione in cui il prisma triangolare appare un fastigio, può anche essere considerato come una cupola “digonale”, cioè una cupola in cui la base superiore è un digono, cioè un segmento percorso due volte: coerentemente con questa interpretazione la base inferiore ha il doppio dei lati, ovvero quattro.

In ogni caso questo solido non è un solido di Johnson, in quanto fa parte, appunto, dei prismi, cioè dei solidi semiregolari.

Se lo consideriamo come una cupola, esattamente come le cupole triangolari, quadrate e pentagonali il fastigio può anche essere allungato (*fastigio allungato*), giroallungato (*fastigio giroallungato*), raddoppiato (*bifastigio*), ma nessuna di queste costruzioni porta a solidi di Johnson, come mostrato sempre nel paragrafo 3.4 del capitolo 3.

L’unica costruzione che, a partire dal fastigio, produce un nuovo solido di Johnson è quella che conduce al *girobifastigio*, solido che trova opportunamente posto al numero 26, prima delle bicupole e girobicupole, in quanto considerato, come detto, come una cupola digonale girata.

### 2.7.1 J26: Girobifastigio

Ha quattro quadrati e quattro triangoli. Si tratta di un solido molto interessante perché è in grado di tassellare da solo tutto lo spazio. Si tratta di una proprietà goduta solo da altri quattro poliedri convessi a facce regolari e precisamente dal cubo, dall’ottaedro troncato, dal prisma triangolare e dal prisma esagonale. È l’unico poliedro di Johnson con questa caratteristica.

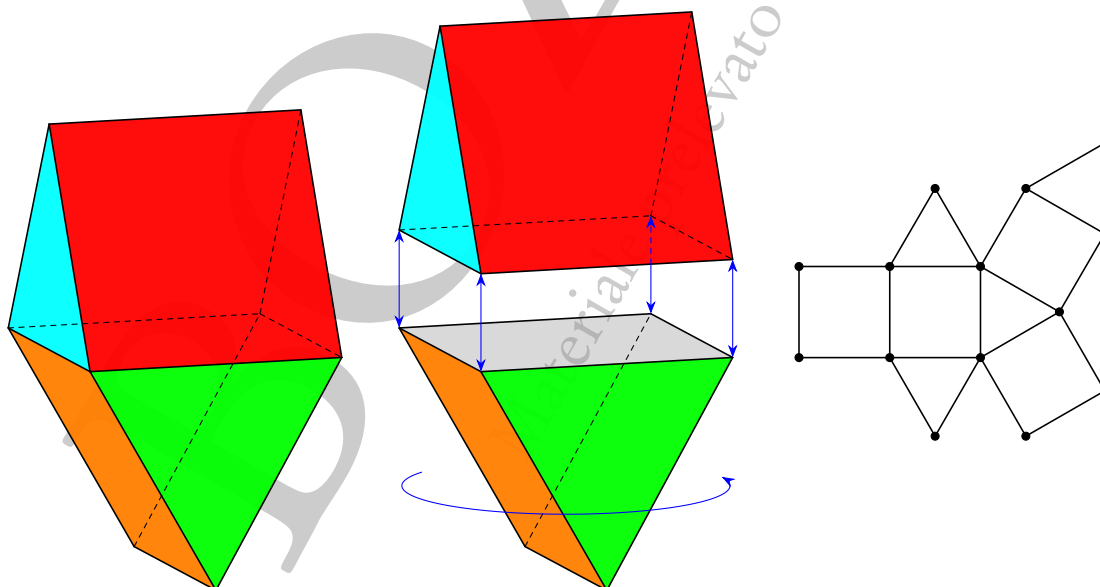


Figura 2.49: J26: il girobifastigio, sua costruzione mediante due prismi triangolari e un suo possibile sviluppo piano

## 2.8 Bicipole

Le bicipole si ottengono, come evidenzia il nome, dall'unione di due cupole per la base. Ci sono due possibilità: l'unione di due cupole disposte simmetricamente rispetto al piano di base o disposte in modo che una sia preventivamente sottoposta ad una rotazione. Tutte hanno il doppio delle facce della corrispondente cupola, privata della faccia della base maggiore. Il processo che porta alla girobicipola triangolare non produce un solido di Johnson, ma il cubottaedro, come mostrato nel paragrafo 3.5 del capitolo 3.

### 2.8.1 J27: Ortobicipola triangolare

Può anche essere ottenuta per rotazione della parte inferiore di un cubottaedro, per cui si può anche chiamare *giro-cubottaedro*. È inscritto in una sfera, come il cubottaedro.

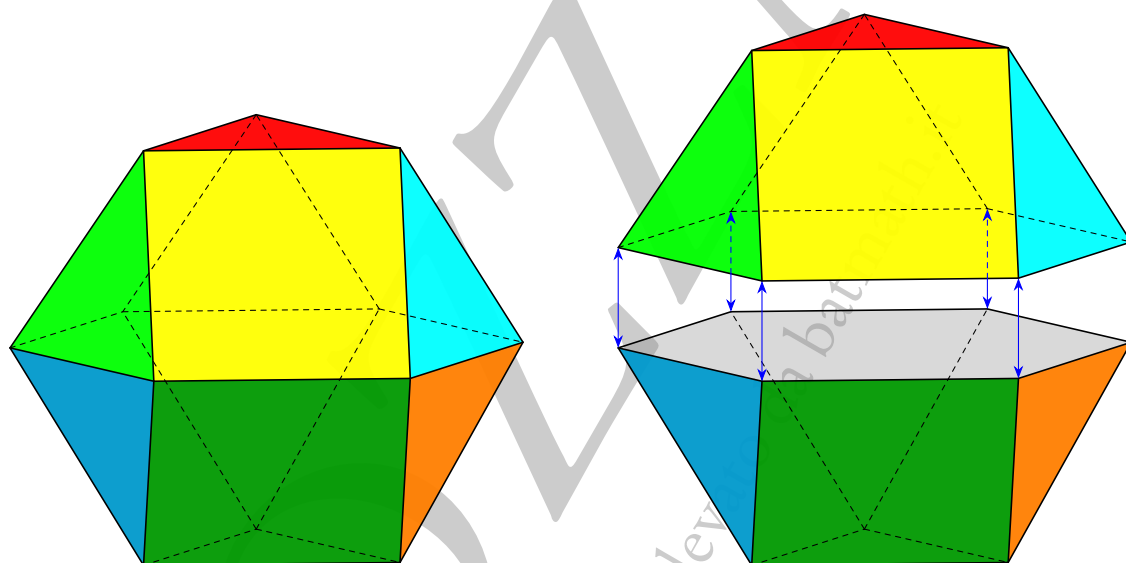


Figura 2.50: J27: l'ortobicipola triangolare e sua costruzione mediante due cupole triangolari

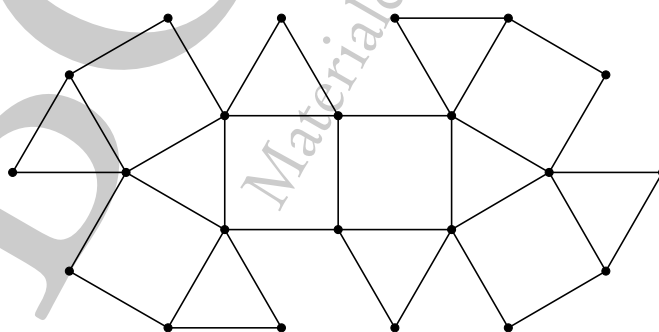


Figura 2.51: J27: un possibile sviluppo piano dell'ortobicipola triangolare



2.8.2 J28: Ortobicupola quadrata

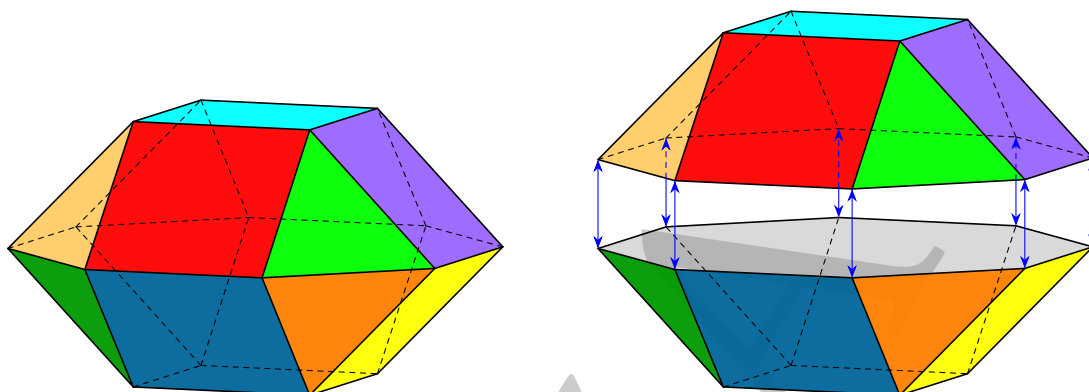


Figura 2.52: J28: l'ortobicupola quadrata e sua costruzione mediante due cupole quadrate

2.8.3 J29: Girobicupola quadrata

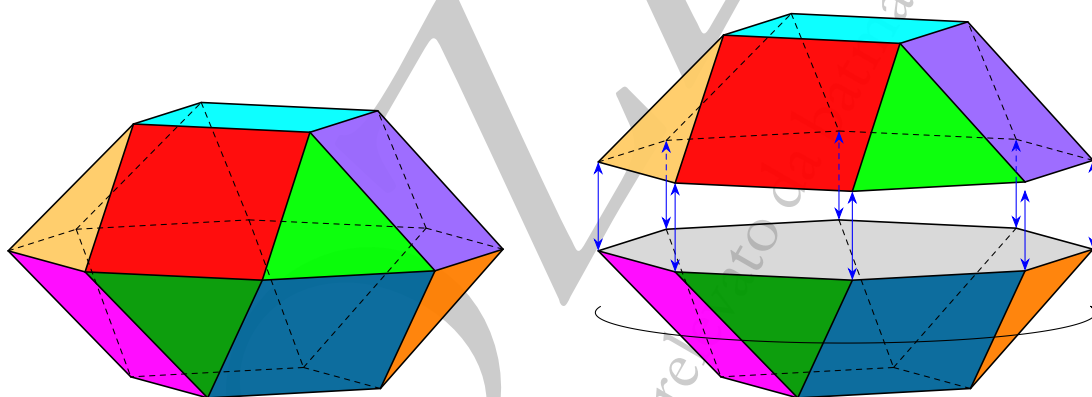


Figura 2.53: J29: la girobicupola quadrata e sua costruzione mediante due cupole quadrate

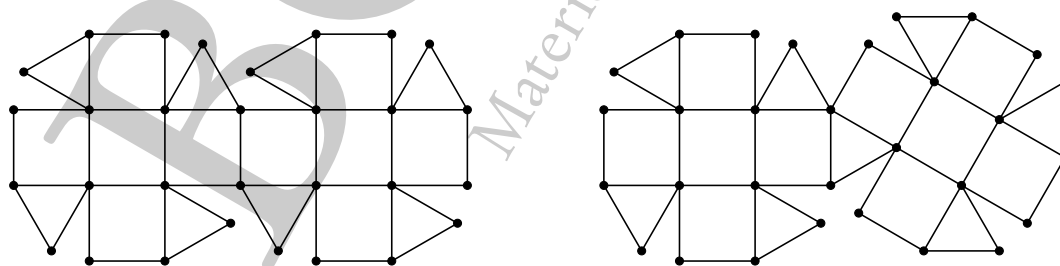
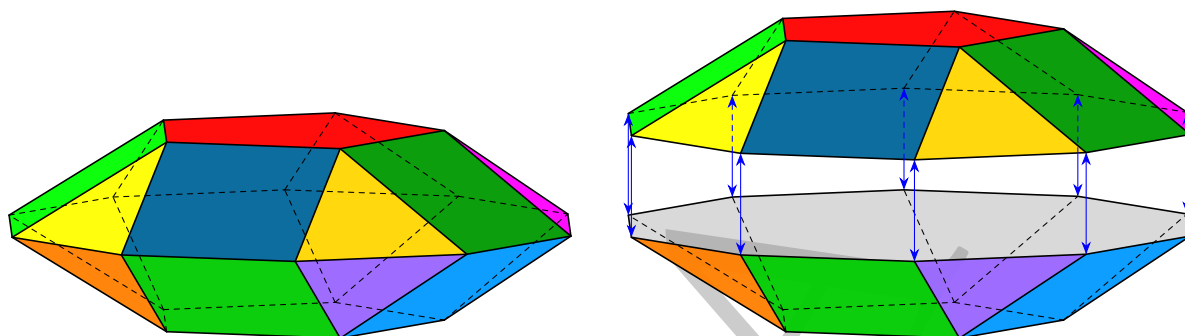
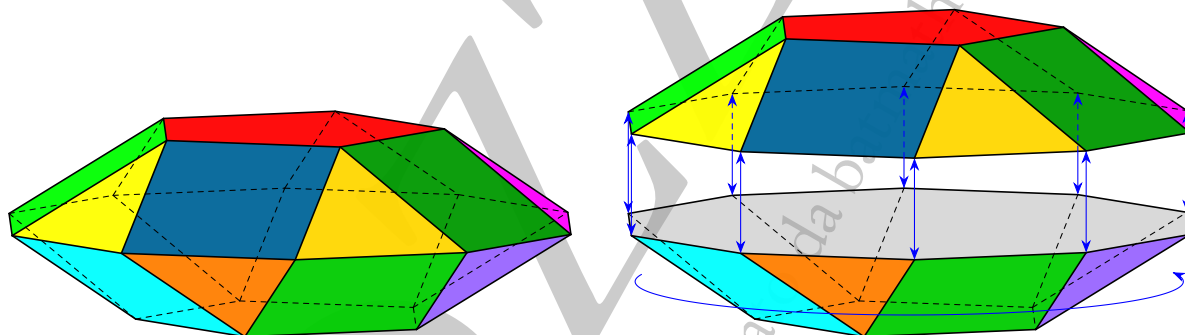
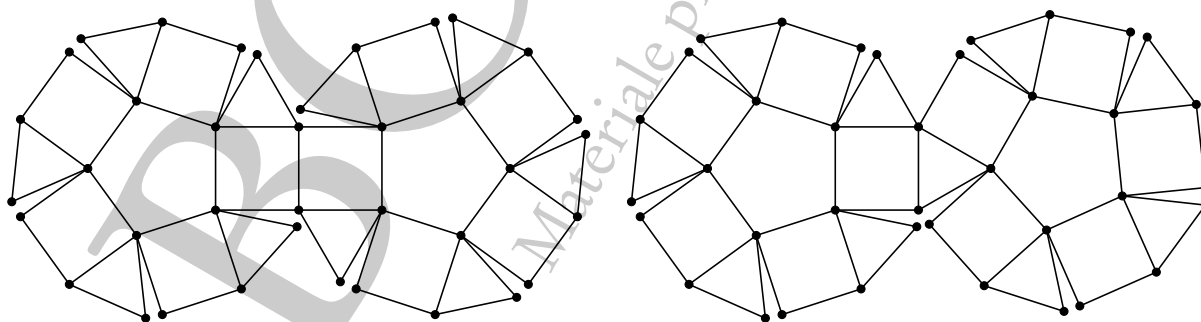


Figura 2.54: J28-J29: possibili sviluppi piani dell'ortobicupola quadrata e della girobicupola quadrata a confronto

## 2.8.4 J30: Ortobicupola pentagonale

Figura 2.55: J30: *l'ortobicupola pentagonale e sua costruzione mediante due cupole pentagonali*

## 2.8.5 J31: Girobicupola pentagonale

Figura 2.56: J31: *la girobicupola pentagonale e sua costruzione mediante due cupole pentagonali*Figura 2.57: J30-J31: *possibili sviluppi piani dell'ortobicupola pentagonale e della girobicupola pentagonale a confronto*

## 2.9 Cupola-Rotunda

L'unione di una cupola e di una rotunda, con le stesse basi, può avvenire, come già per le cupole, in due modi: “ortogonalmente” o sottoponendo una delle due ad una preventiva opportuna rotazione. Le facce sono la somma delle facce dei due poliedri costituenti, escluse le due basi maggiori.

### 2.9.1 J32: Ortocupolarotunda pentagonale

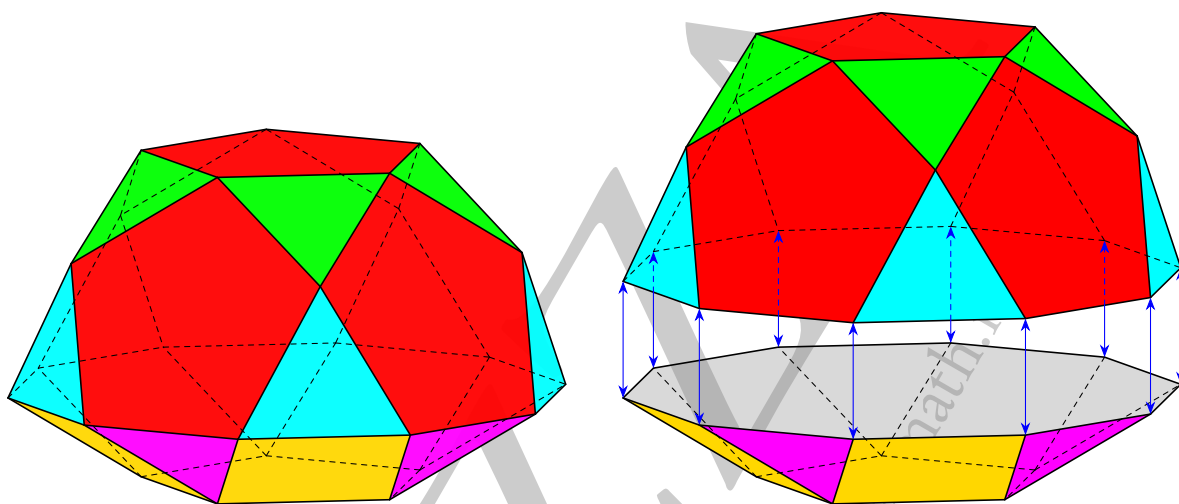


Figura 2.58: J32: l'ortocupolarotunda pentagonale e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali

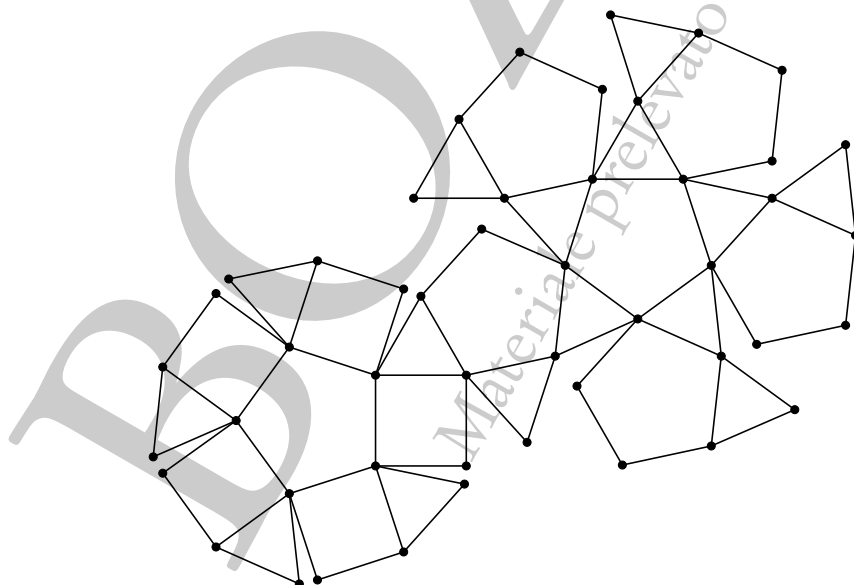


Figura 2.59: J32: un possibile sviluppo piano dell'ortocupolarotunda

## 2.9.2 J33: Girocupolarotunda pentagonale

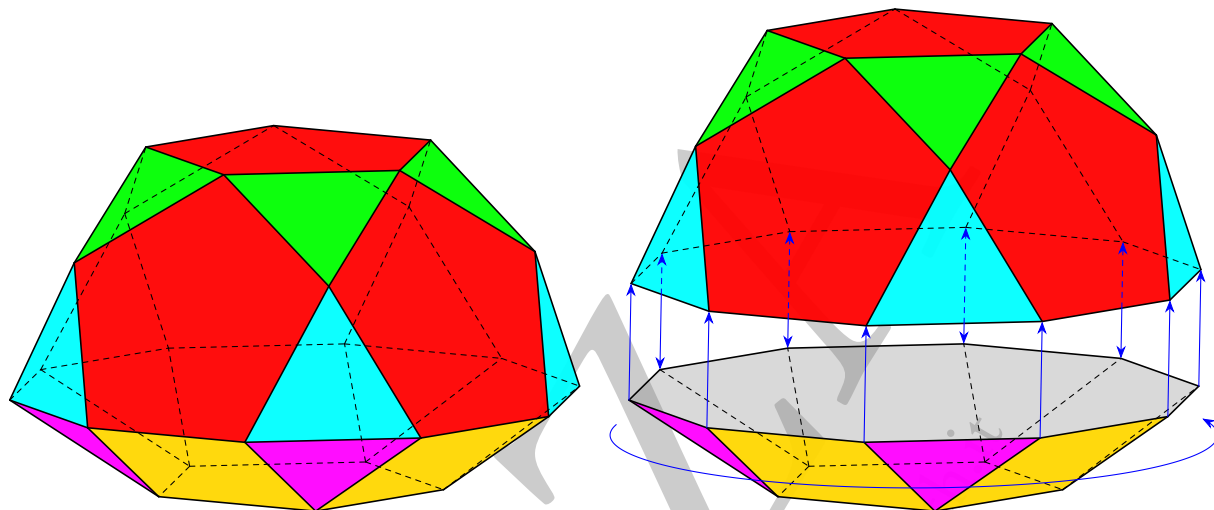


Figura 2.60: J33: la girocupolarotunda pentagonale e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali

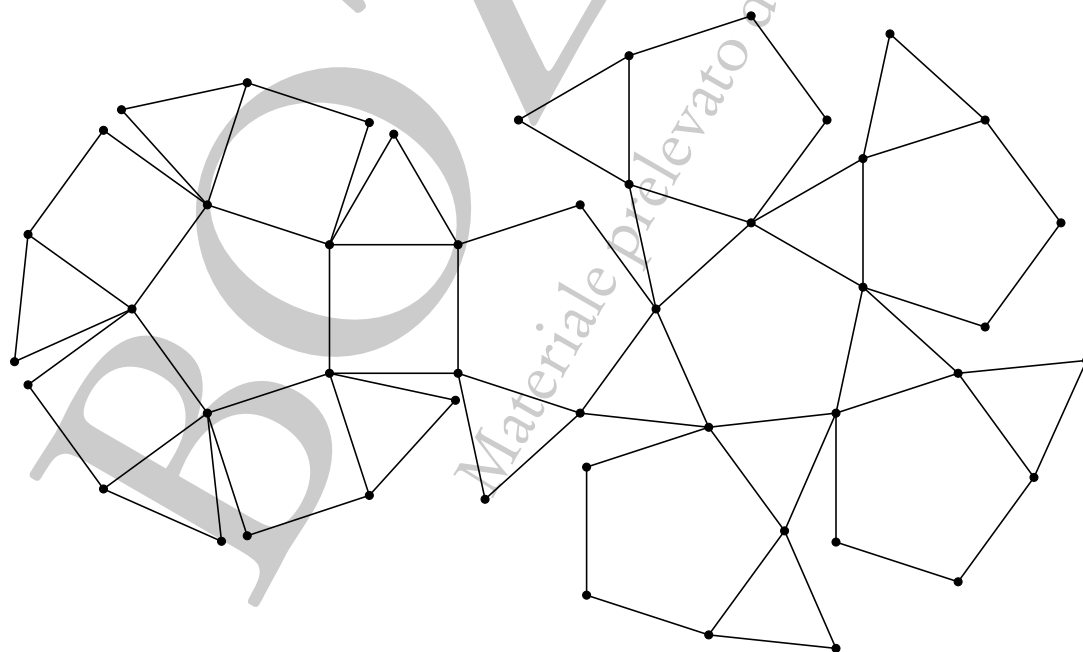


Figura 2.61: J33: un possibile sviluppo piano della girocupolarotunda pentagonale

## 2.10 Birotunda

L'unione di due rotundae può avvenire sia “ortogonalmente” che mediante rotazione opportuna di una delle due: in questo secondo caso si ottiene però semplicemente l'icosidodecaedro da cui la rotunda è ottenuta, come mostrato nel paragrafo 3.7 del capitolo 3.

### 2.10.1 J34: Ortobirotunda pentagonale

Può anche essere ottenuta per rotazione della metà inferiore dell'icosidodecaedro, e quindi può essere anche identificata con il nome di *giro-icosidodecaedro*. Come l'icosidodecaedro è inscrivibile in una sfera.

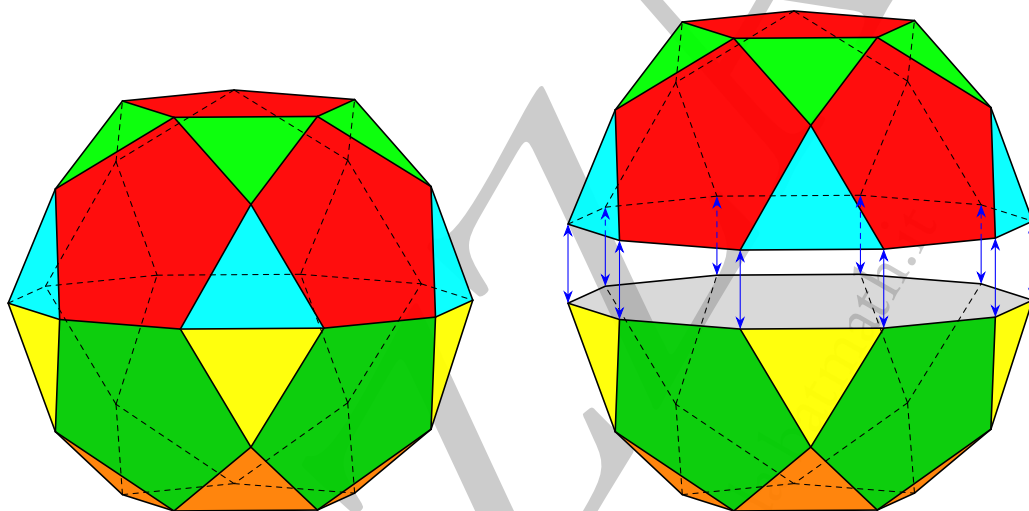


Figura 2.62: J34: l'ortobirotunda pentagonale e sua costruzione mediante due rotundae

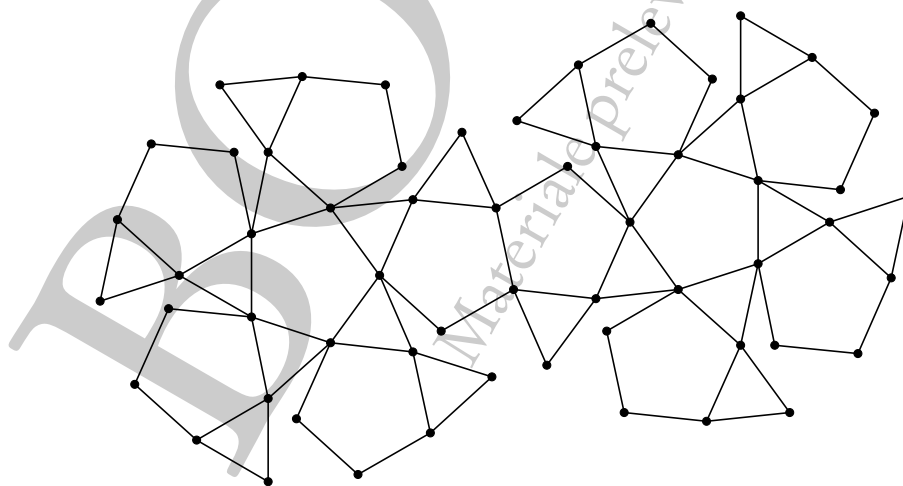


Figura 2.63: J34: un possibile sviluppo piano dell'ortobirotunda pentagonale

## 2.11 Bicupole elongate

Le bicupole elongate si ottengono inserendo un opportuno prisma tra le due cupole (di cui eventualmente ruotata) di una bicupola. Le facce sono le stesse della corrispondente bicupola, con l'aggiunta dei quadrati delle facce laterali del prisma inserito. Il processo che porta all'ortobicupola quadrata elongata non produce un solido di Johnson, in quanto si ottiene il rombicubottaedro.

### 2.11.1 J35: Ortobicupola triangolare elongata

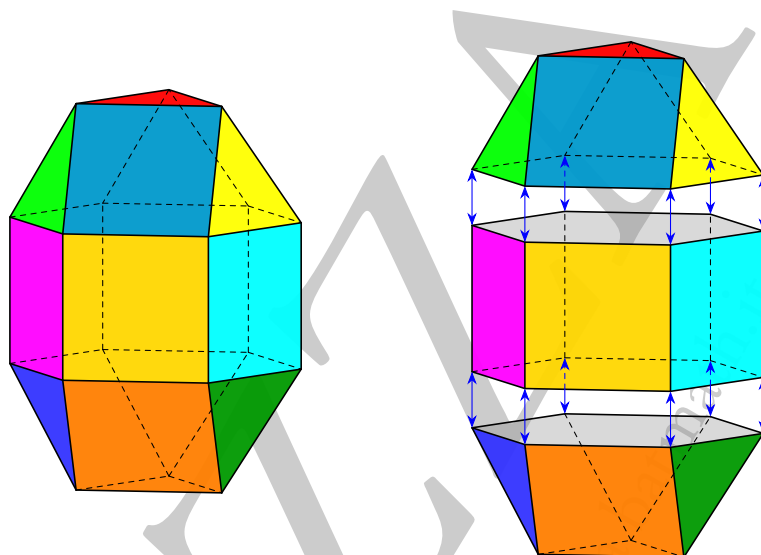


Figura 2.64: J35: *l'ortobicupola triangolare elongata e sua costruzione mediante due cupole triangolari e un prisma esagonale*

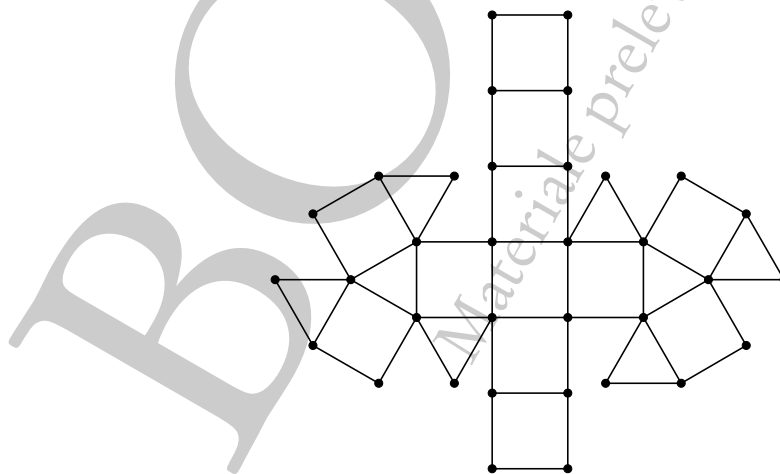


Figura 2.65: J35: *un possibile sviluppo piano dell'ortobicupola triangolare elongata*

2.11.2 J36: Girobicupola triangolare elongata

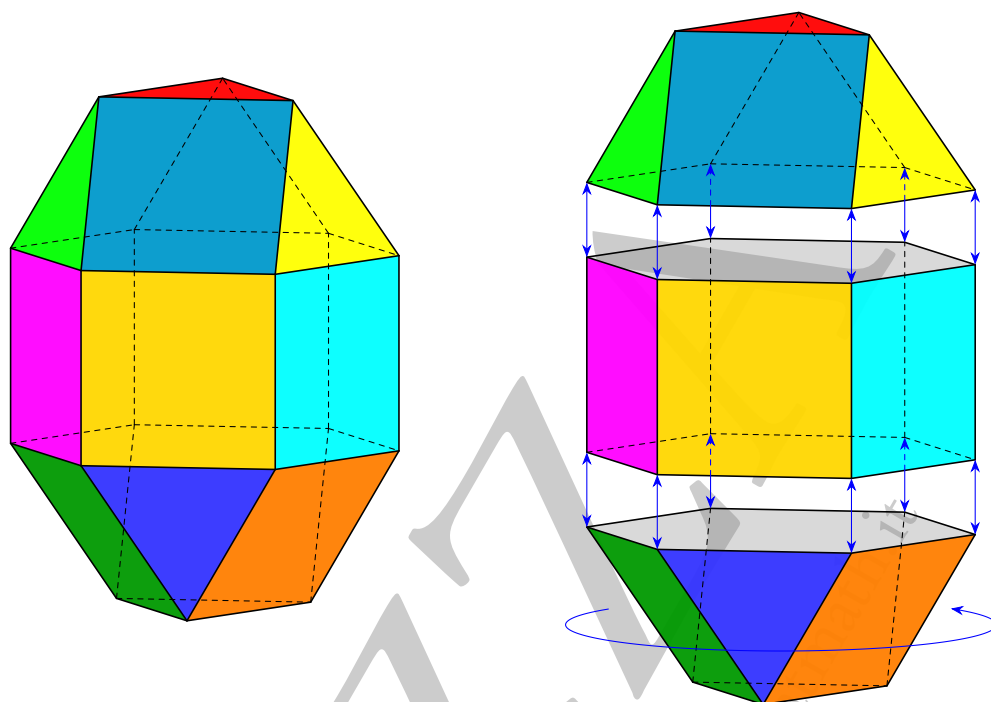


Figura 2.66: J36: la girobicupola triangolare elongata e sua costruzione mediante due cupole triangolari e un prisma esagonale

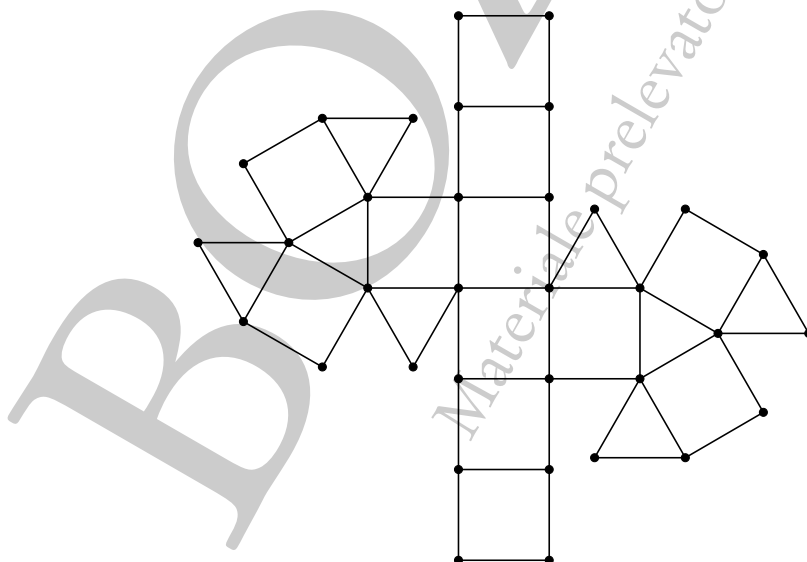


Figura 2.67: J36: un possibile sviluppo piano della girobicupola triangolare elongata

## 2.11.3 J37: Girobicupola quadrata elongata

*Pseudorombicubottaedro* o *poliedro di Miller*. Si può ottenere per rotazione di una delle due cupole del rombicubottaedro, per cui può anche essere identificata con il nome di *giro-rombicubottaedro*. Come il rombicubottaedro è inscritibile in una sfera.

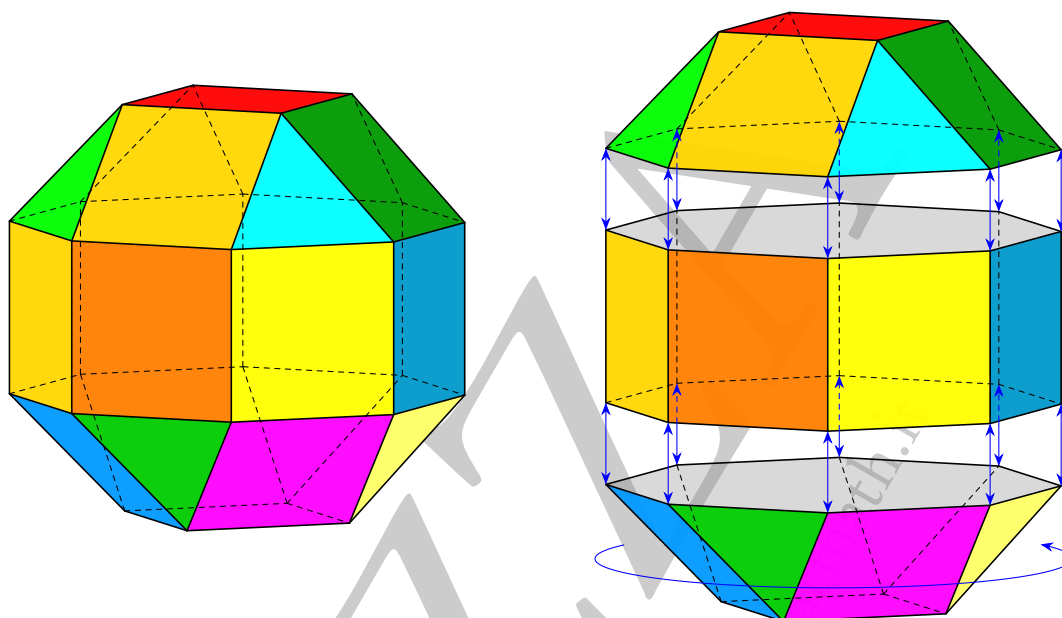


Figura 2.68: J37: la girobicupola quadrata elongata e sua costruzione mediante due cupole quadrate e un prisma ottagonale

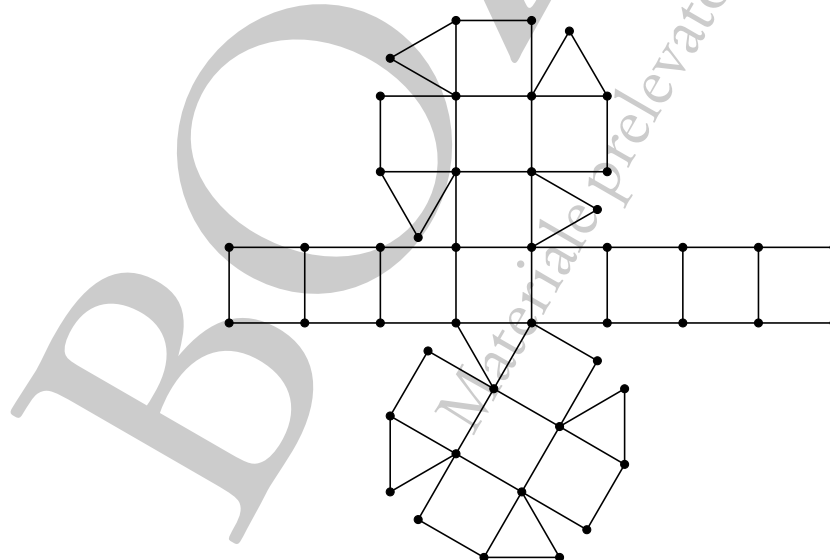


Figura 2.69: J37: un possibile sviluppo piano della girobicupola quadrata elongata



2.11.4 J38: Ortobicupola pentagonale elongata

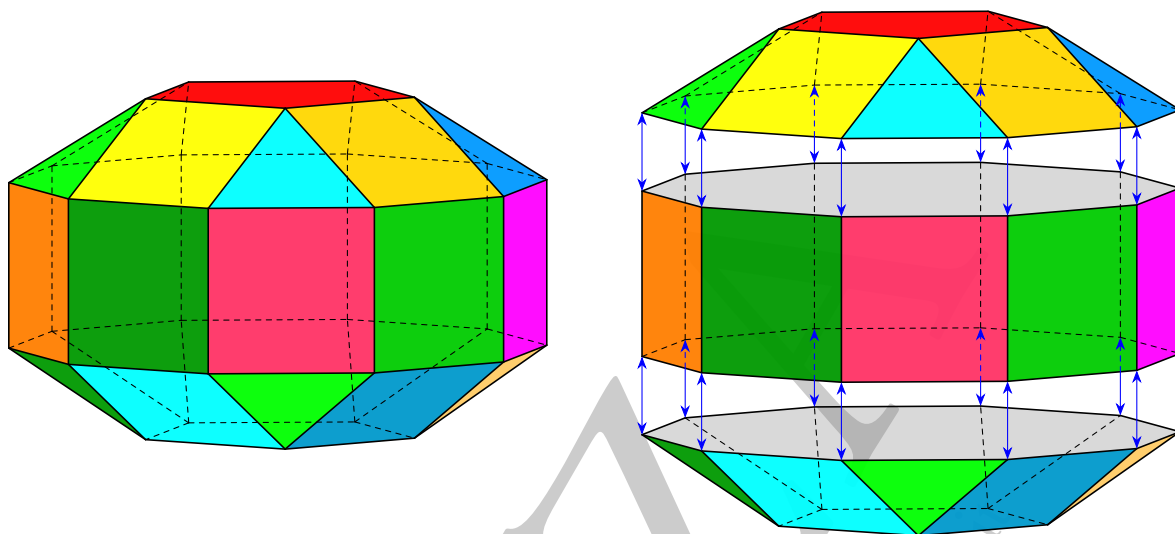


Figura 2.70: J38: l'ortobicupola pentagonale elongata e sua costruzione mediante due cupole pentagonali e un prisma decagonale

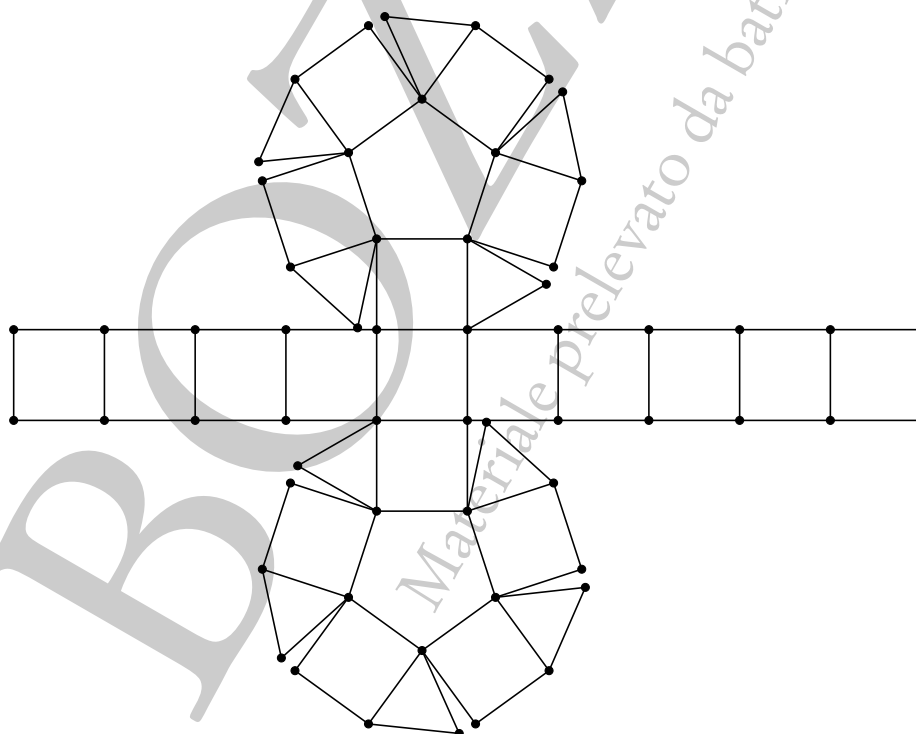


Figura 2.71: J38: un possibile sviluppo piano dell'ortobicupola pentagonale elongata

## 2.11.5 J39: Girobicupola pentagonale allungata

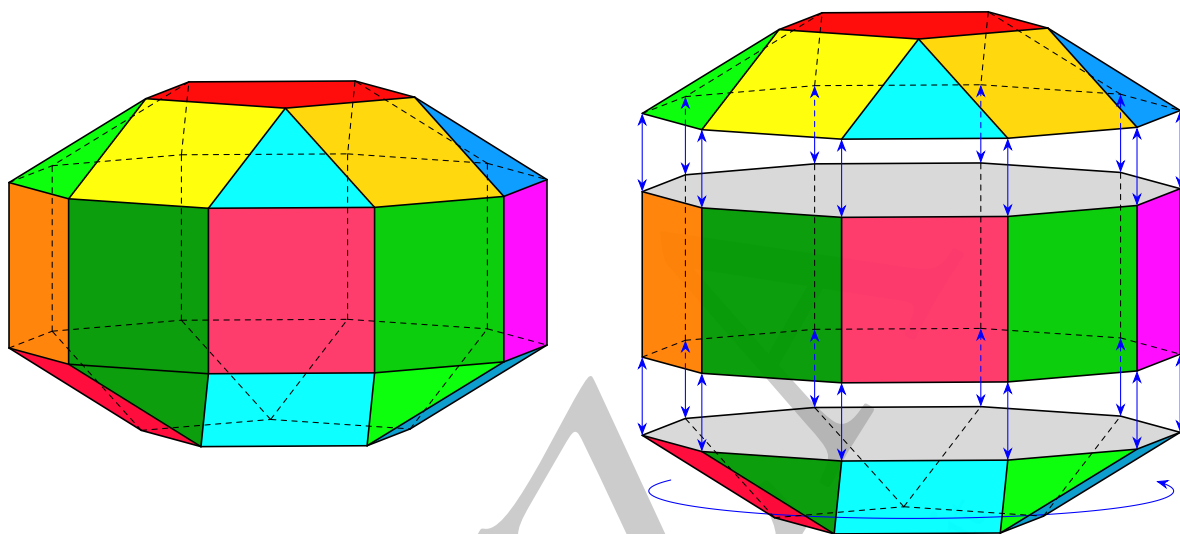


Figura 2.72: J39: la girobicupola pentagonale allungata e sua costruzione mediante due cupole pentagonali e un prisma decagonale

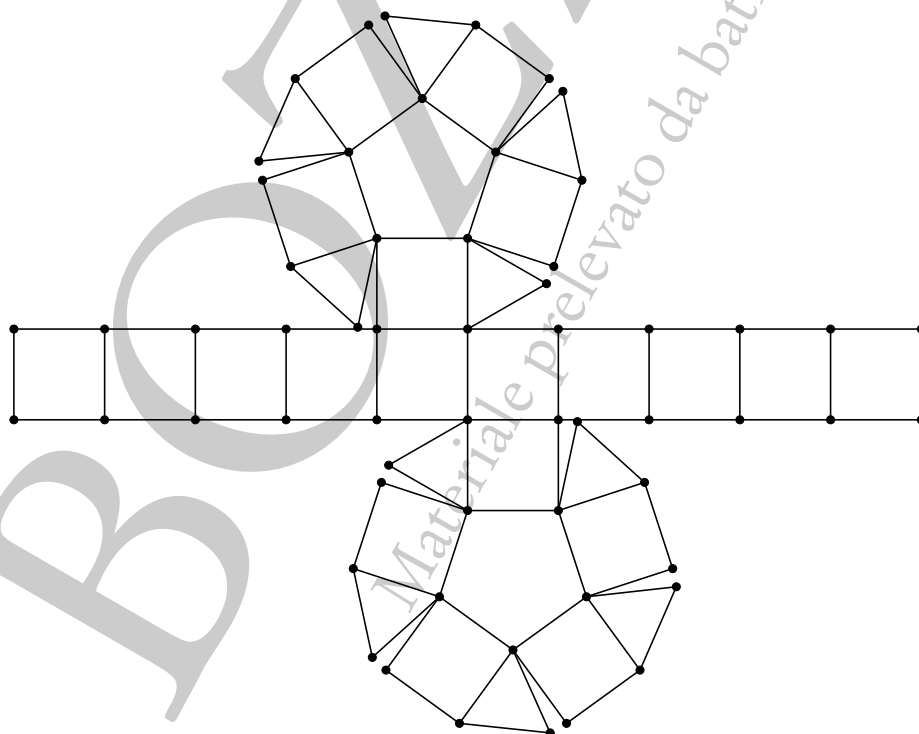


Figura 2.73: J39: un possibile sviluppo piano della girobicupola pentagonale allungata

## 2.12 Cupola-rotunda e birotunda allungate

Solidi ottenuti dalle corrispondenti cupola-rotunda e birotunda (di cui una eventualmente ruotata) mediante l'inserimento di un prisma decagonale. Le facce sono le stesse delle corrispondenti cupola-rotunda o birotunda, con l'aggiunta dei dieci quadrati del prisma decagonale.

## 2.12.1 J40: Ortocupolarotunda pentagonale allungata

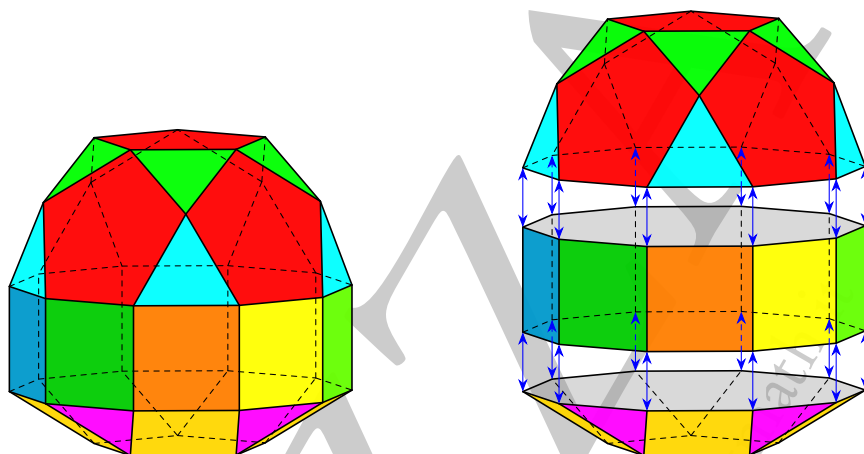


Figura 2.74: Jx: l'ortocupolarotunda pentagonale allungata e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali e un prisma decagonale

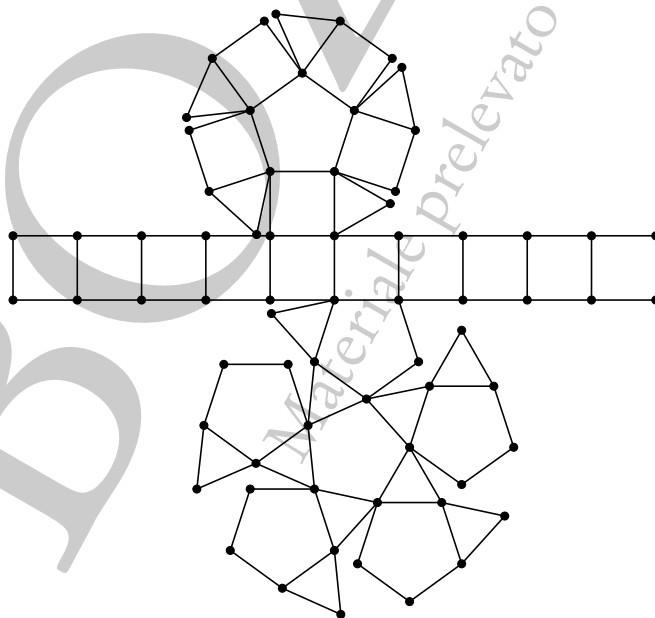


Figura 2.75: J40: un possibile sviluppo piano dell'ortocupolarotunda pentagonale allungata

## 2.12.2 J41: Girocupolarotunda pentagonale allungata

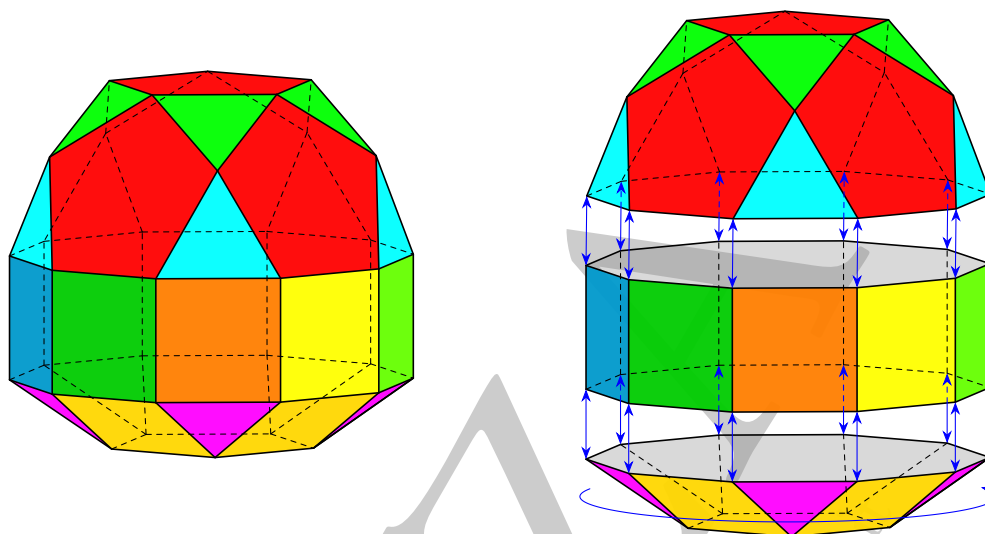


Figura 2.76: J41: la girocupolarotunda pentagonale allungata e sua costruzione mediante una rotunda e una cupola pentagonali e un prisma decagonale

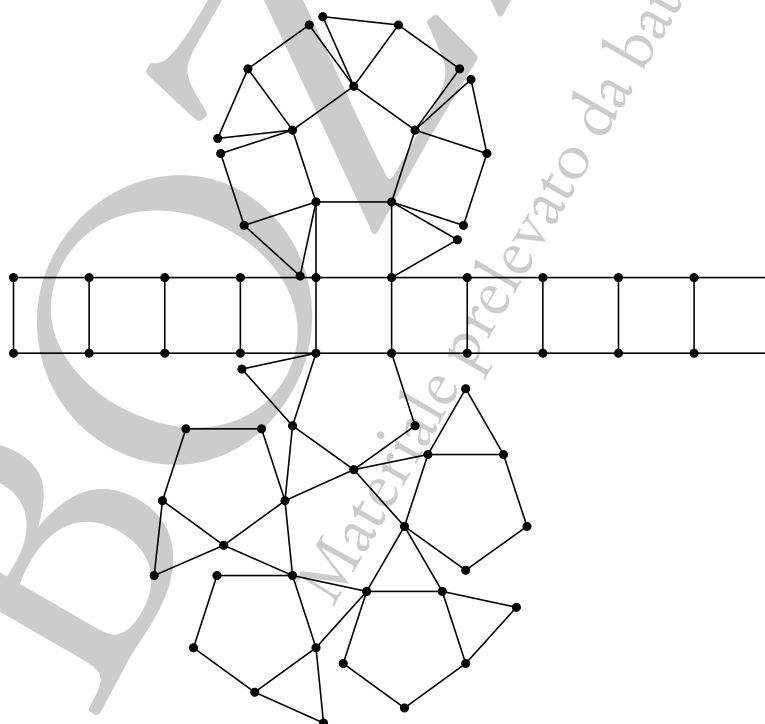


Figura 2.77: J41: un possibile sviluppo piano della girocupolarotunda pentagonale allungata

2.12.3 J42: Ortobirotunda pentagonale allungata

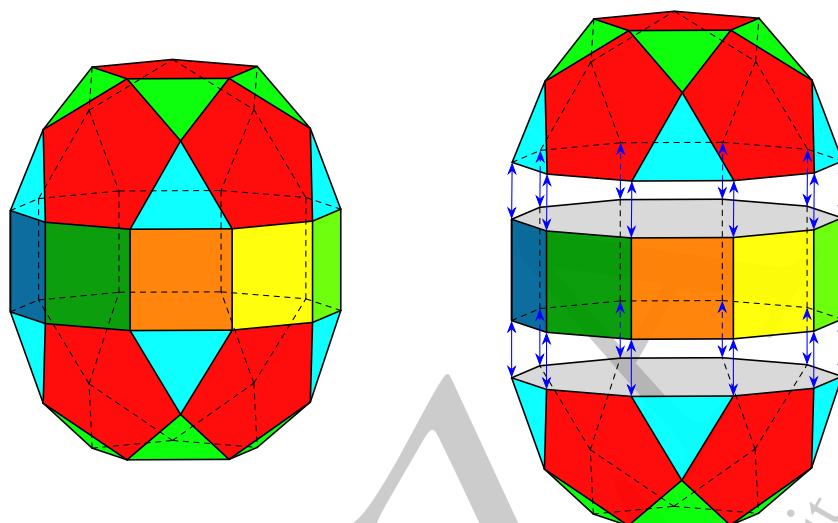


Figura 2.78: J42: *l'ortobirotunda pentagonale allungata e sua costruzione mediante due rotundae pentagonali e un prisma decagonale*

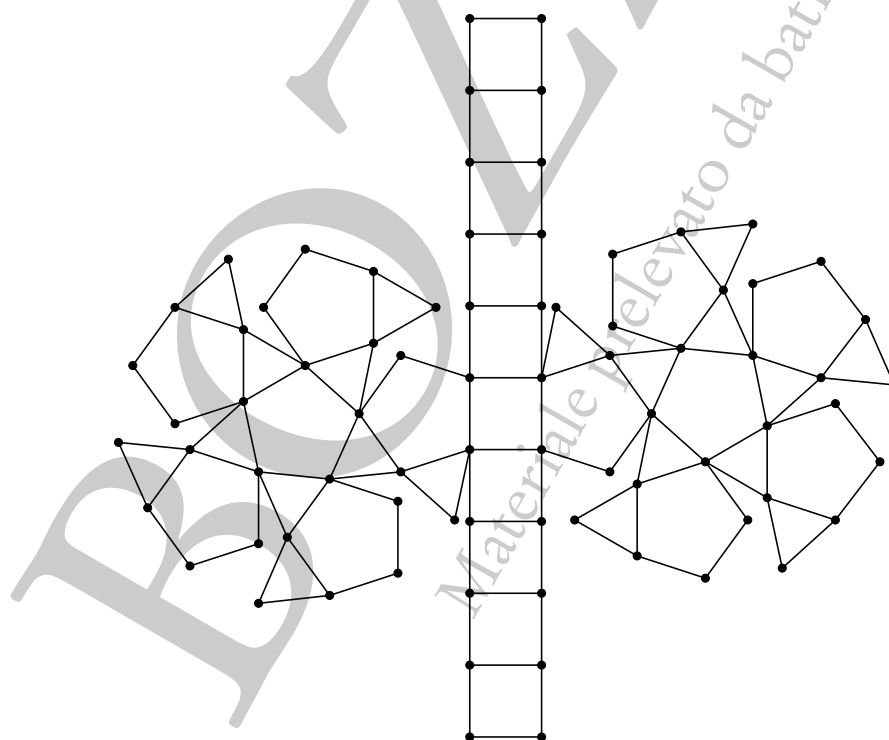


Figura 2.79: J42: *un possibile sviluppo piano dell'ortobirotunda pentagonale allungata*

## 2.12.4 J43: Girobirotunda pentagonale elongata

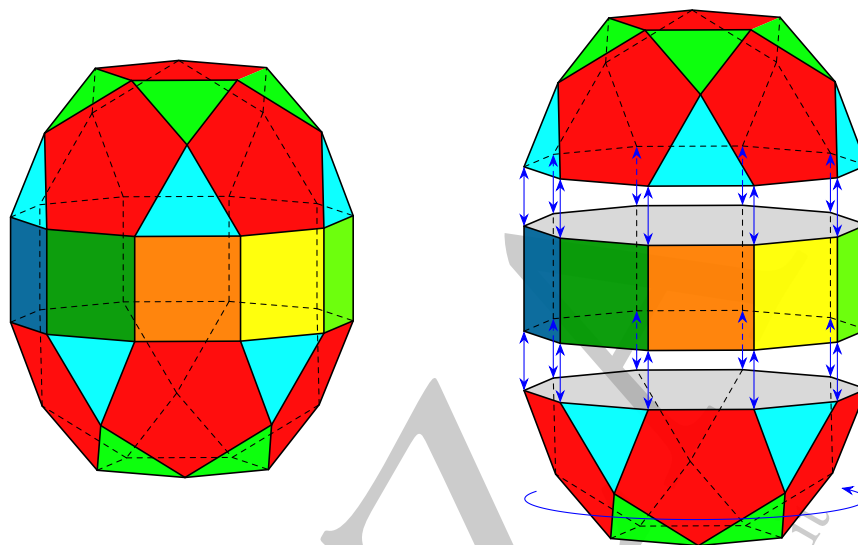


Figura 2.80: J43: *la girobirotunda pentagonale elongata e sua costruzione mediante due rotundae pentagonali e un prisma decagonale*

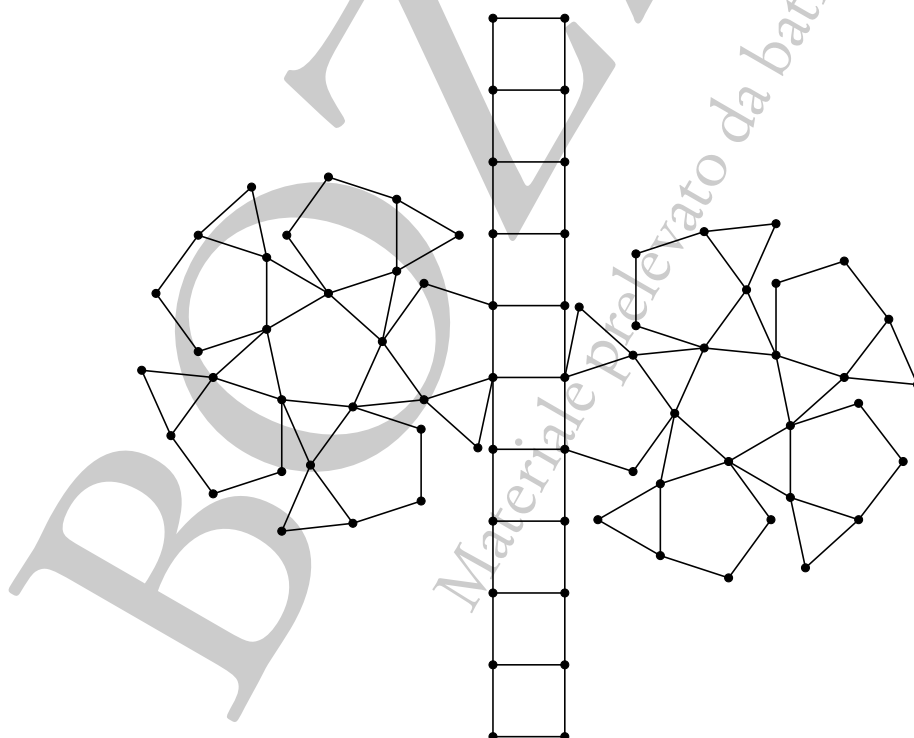


Figura 2.81: J43: *un possibile sviluppo piano della girobirotunda pentagonale elongata*

## 2.13 Bicupole, cupola-rotunda e birotunda giroelongate

Solidi ottenuti come quelli del precedente gruppo, ma con l'inserimento di un antiprisma, anziché di un prisma. Questi cinque solidi sono tutti chirali e sono gli unici solidi di Johnson con questa caratteristica. Le facce sono le stesse delle corrispondenti bicupole, cupola-rotunda o birotunda, con l'aggiunta dei triangoli dell'antiprisma opportuno.

## 2.13.1 J44: Bicupola triangolare giroelongata

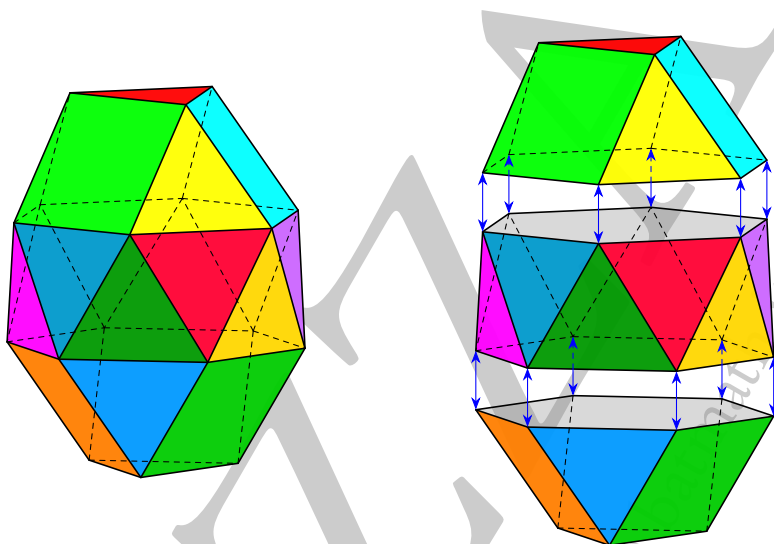


Figura 2.82: J44: la bicupola triangolare giroelongata e sua costruzione mediante due cupole triangolari e un antiprisma esagonale

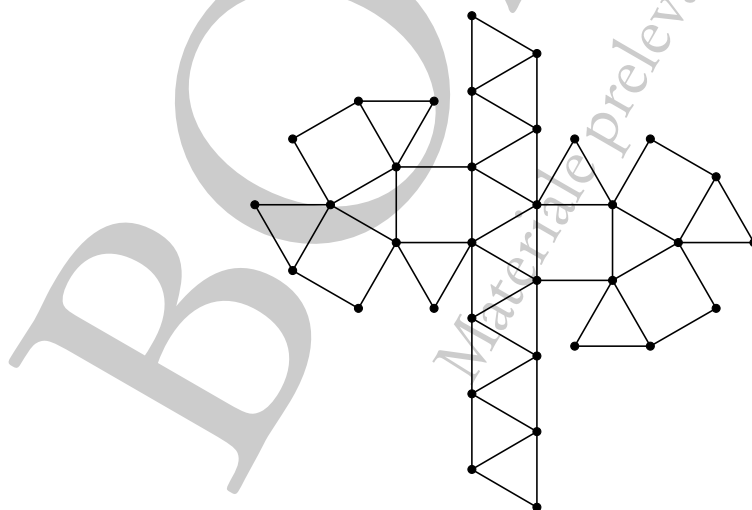


Figura 2.83: J44: un possibile sviluppo piano della bicupola triangolare giroelongata

## 2.13.2 J45: Bicupola quadrata giroelongata

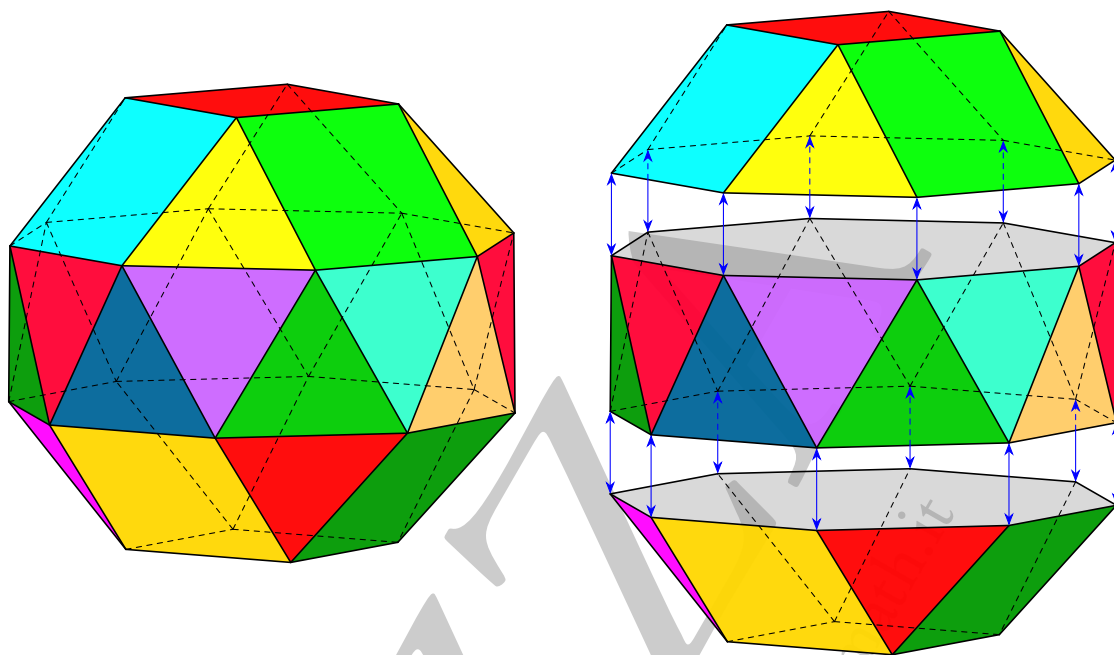


Figura 2.84: J45: *la bicupola quadrata giroelongata e sua costruzione mediante due cupole quadrate e un antiprisma ottagonale*

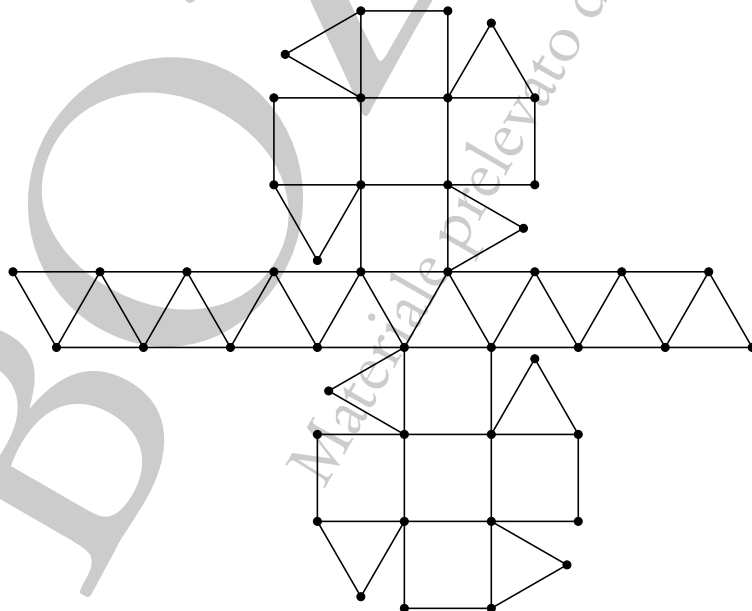


Figura 2.85: J45: *un possibile sviluppo piano della bicupola quadrata giroelongata*



## 2.13.3 J46: Bicupola pentagonale giroelongata

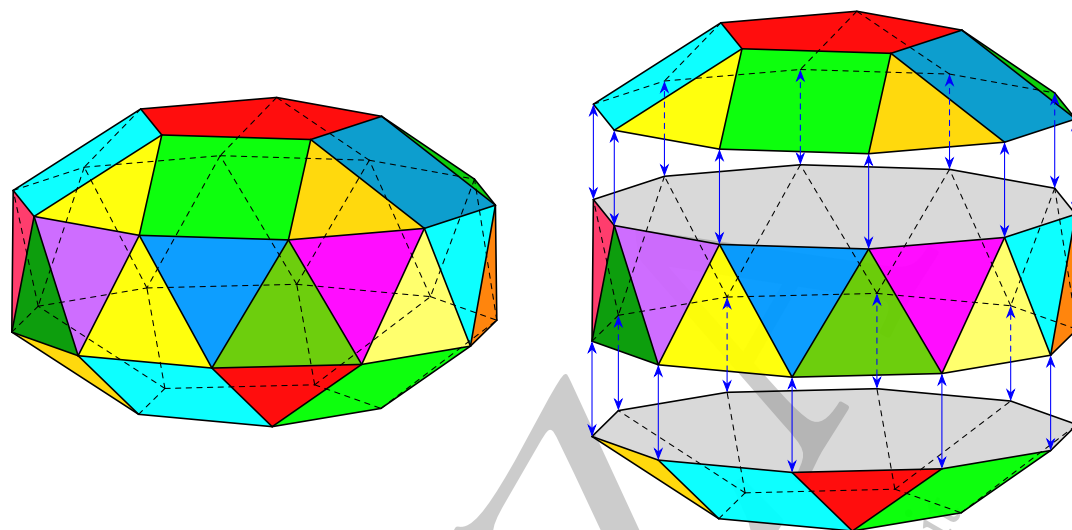


Figura 2.86: J46: la bicupola pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante due cupole pentagonali e un antiprisma decagonale

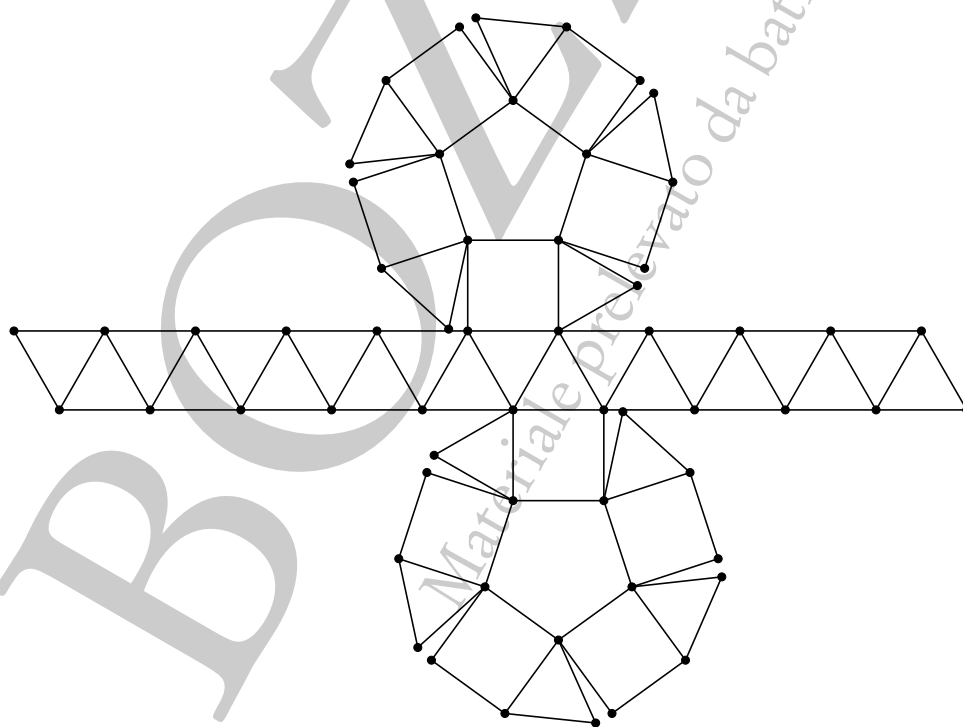


Figura 2.87: J46: un possibile sviluppo piano della bicupola pentagonale giroelongata

## 2.13.4 J47: Cupola-rotunda pentagonale giroelongata

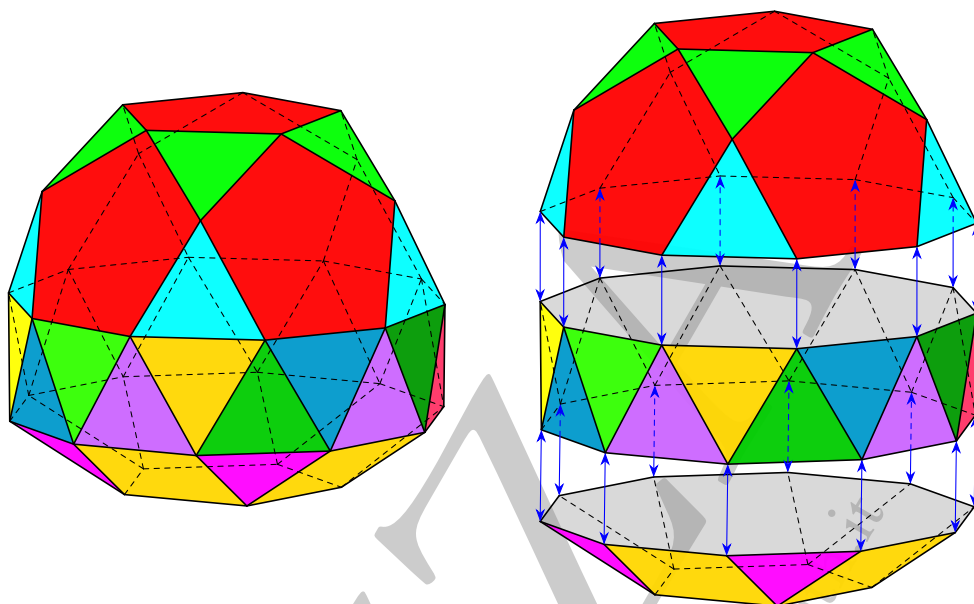


Figura 2.88: J47: *la cupola-rotunda pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante una cupola e una rotunda pentagonali e un antiprisma decagonale*

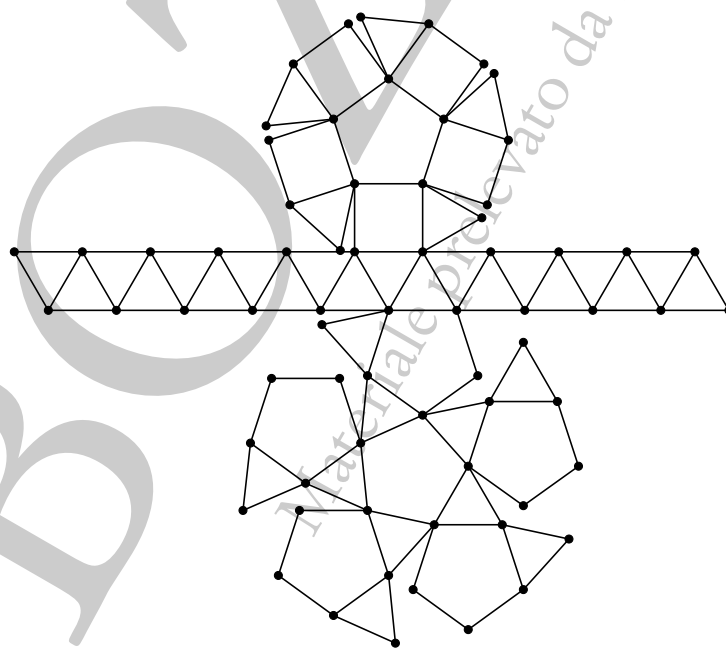


Figura 2.89: J47: *un possibile sviluppo piano della cupola-rotunda pentagonale giroelongata*

## 2.13.5 J48: Birotunda pentagonale giroelongata

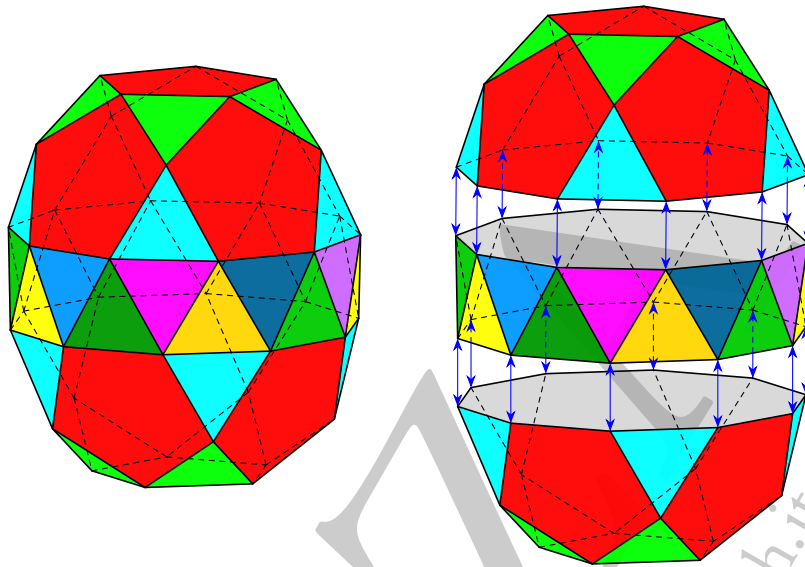


Figura 2.90: J48: *la birotunda pentagonale giroelongata e sua costruzione mediante due rotundae pentagonali e un antiprisma decagonale*

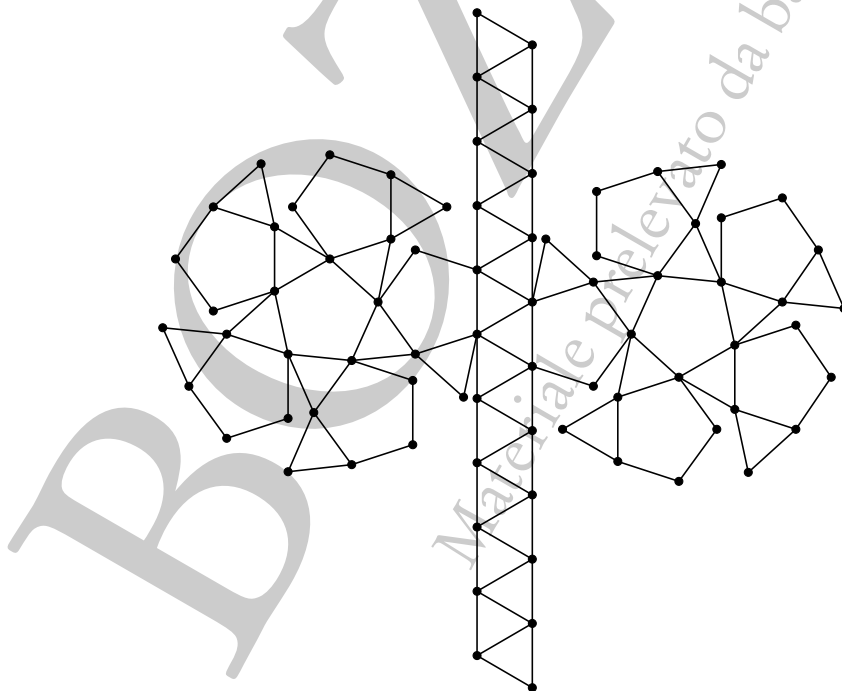


Figura 2.91: J48: *un possibile sviluppo piano della birotunda pentagonale giroelongata*

## 2.14 Prismi aumentati

Questi solidi si ottengono incollando una, due o tre piramidi a base quadrata alle facce quadrate di un prisma triangolare, pentagonale od esagonale, in modo da ottenere solidi convessi. Nel caso di due piramidi per il prisma esagonale si può scegliere di incollarle a due facce opposte (prisma parabiumentato) o a due facce non opposte (prisma metabiumentato). Le facce sono le stesse del corrispondente prisma con soppressione di una, due o tre facce quadrate e l'aggiunta di 4, 8 o 12 triangoli.

Il prisma quadrato (cubo) non rientra direttamente in queste costruzioni, in quanto l'aumento sulle facce laterali è equivalente all'aumento sulle basi, e questo caso è già stato considerato con le piramidi o bpiramidi quadrate elongate.

Si noti come per questi solidi si usi, in maniera opportuna, l'aggettivo *aumentato* e non quello (*elongato*) usato per le piramidi, cupole, rotundae.

## 2.14.1 J49: Prisma triangolare aumentato

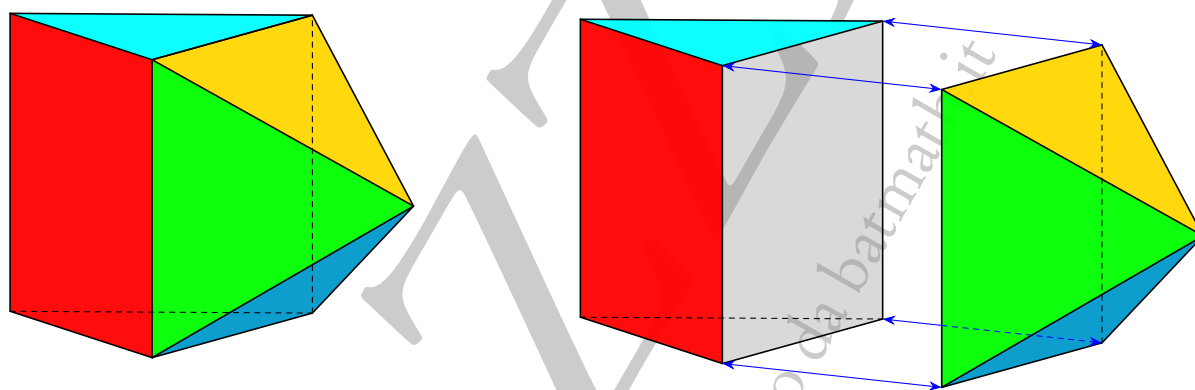


Figura 2.92: J49: *il prisma triangolare aumentato e sua costruzione mediante un prisma triangolare e una piramide quadrata*

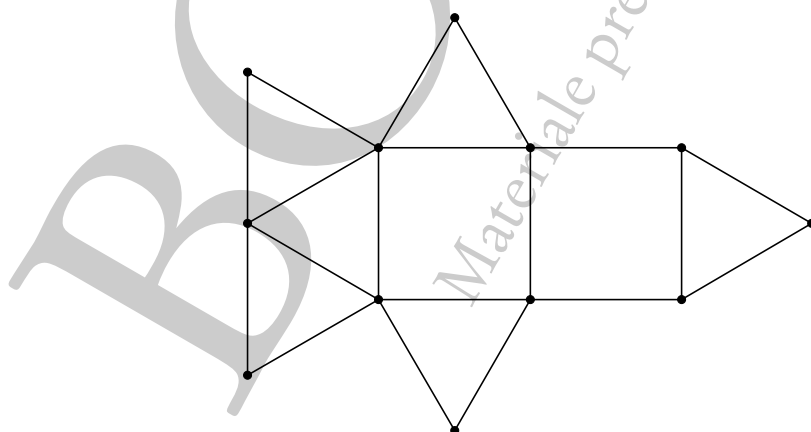


Figura 2.93: J49: *un possibile sviluppo piano del prisma triangolare aumentato*

2.14.2 J50: Prisma triangolare biaumentato

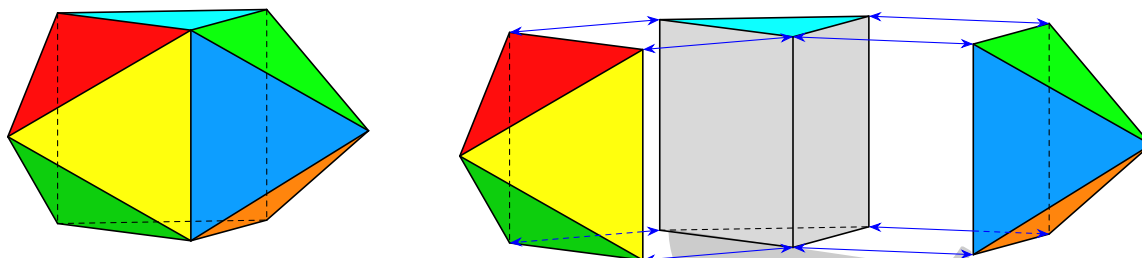


Figura 2.94: J50: *il prisma triangolare biaumentato e sua costruzione mediante un prisma triangolare e due piramidi quadrate*

2.14.3 J51: Prisma triangolare triaumentato

Essendo questo solido costituito da facce tutte triangolari, si tratta di un deltaedro.

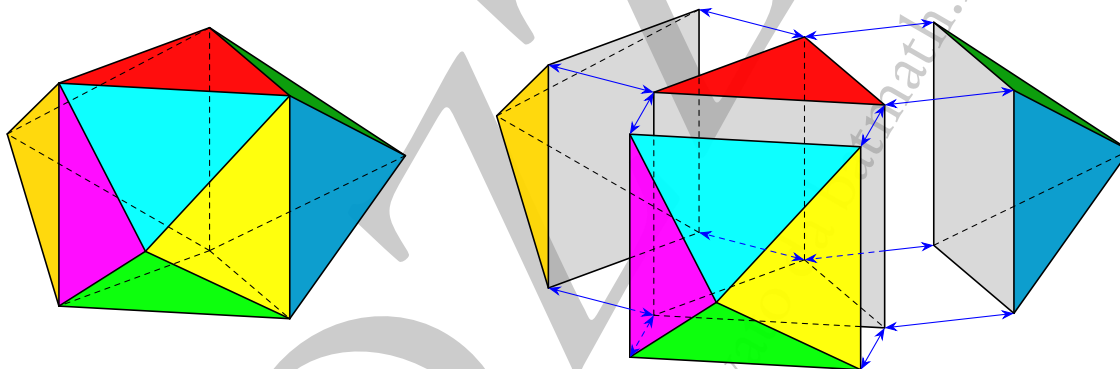


Figura 2.95: J51: *il prisma triangolare triaumentato e sua costruzione mediante un prisma triangolare e tre piramidi quadrate*

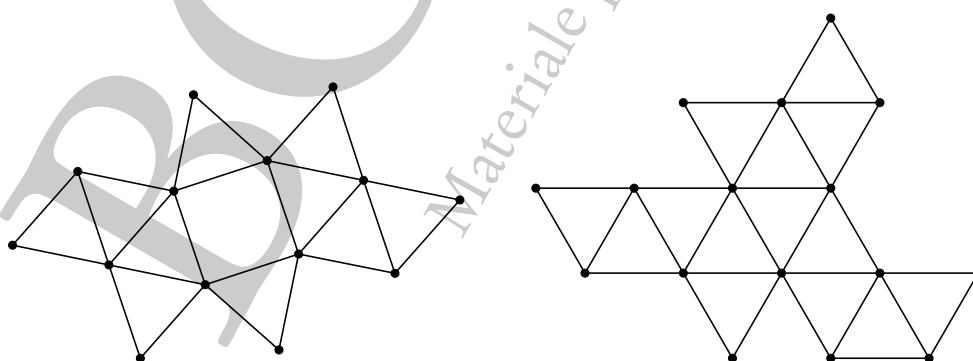


Figura 2.96: J50-J51: *possibili sviluppi piani dei prismi triangolari biaumentato e triaumentato a confronto*

## 2.14.4 J52: Prisma pentagonale aumentato

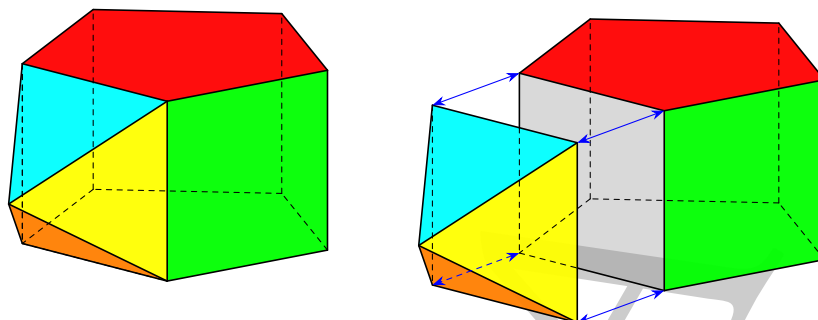


Figura 2.97: J52: *il prisma pentagonale aumentato e sua costruzione mediante un prisma pentagonale e una piramide quadrata*

## 2.14.5 J53: Prisma pentagonale biaumentato

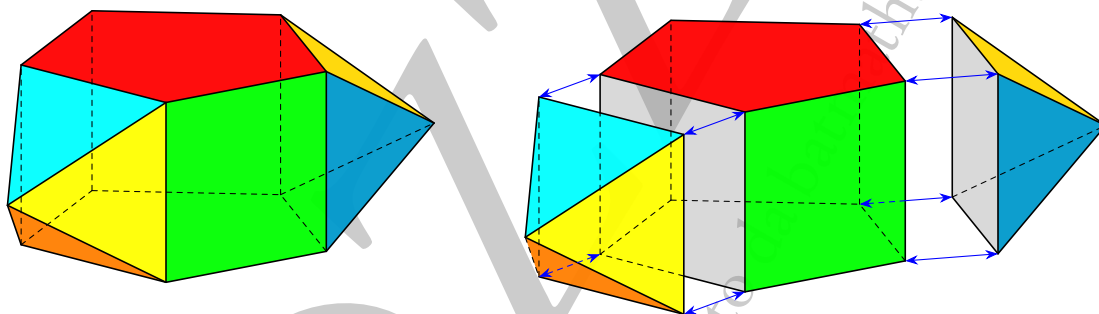


Figura 2.98: J53: *il prisma pentagonale biaumentato e sua costruzione mediante un prisma pentagonale e due piramidi quadrate*

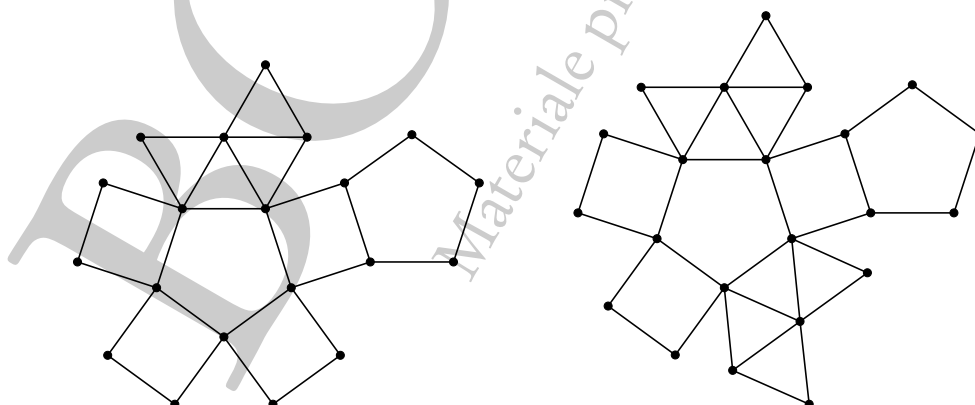


Figura 2.99: J52-J53: *possibili sviluppi piani dei prismi pentagonali aumentato e biaumentato a confronto*

2.14.6 J54: Prisma esagonale aumentato

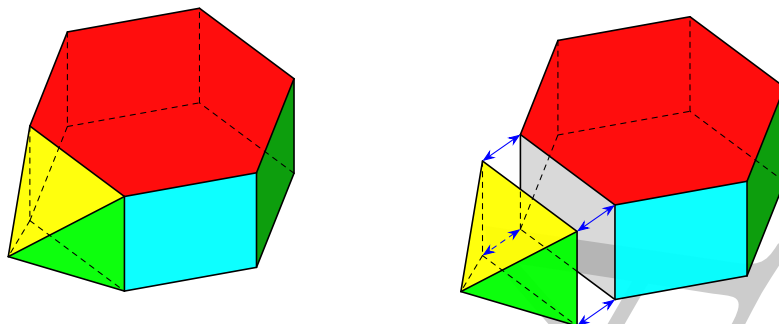


Figura 2.100: J54: *il prisma esagonale aumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e una piramide quadrata*

2.14.7 J55: Prisma esagonale parabiaumentato

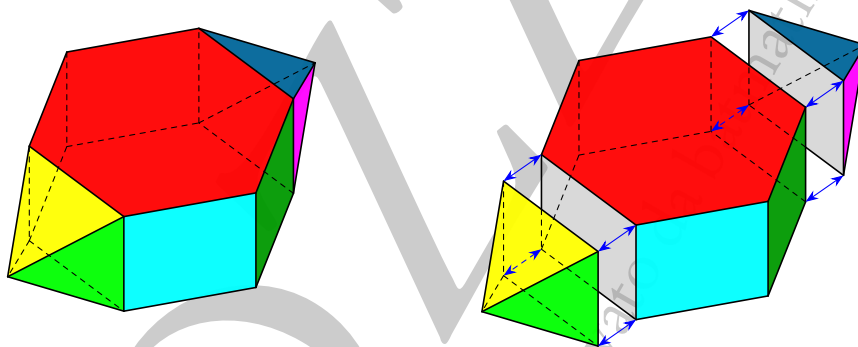


Figura 2.101: J55: *il prisma esagonale parabiaumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e due piramidi quadrate*

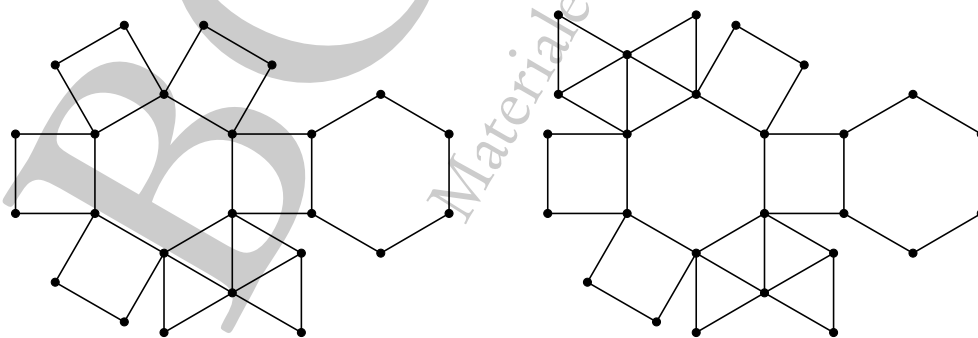


Figura 2.102: J54-J55: *possibili sviluppi piani dei prismi esagonali aumentato e parabiaumentato a confronto*

## 2.14.8 J56: Prisma esagonale metabiaumentato

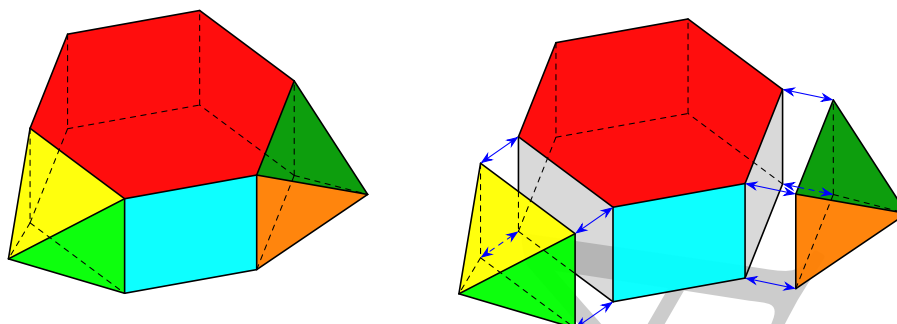


Figura 2.103: J56: *il prisma esagonale metabiaumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e due piramidi quadrate*

## 2.14.9 J57: Prisma esagonale triaumentato

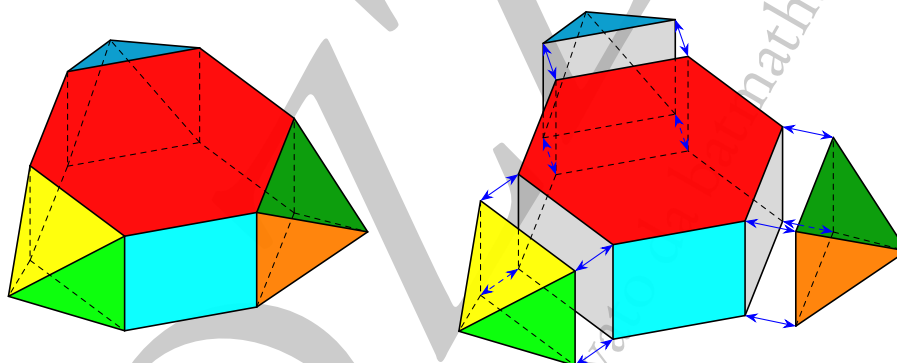


Figura 2.104: J57: *il prisma esagonale triaumentato e sua costruzione mediante un prisma esagonale e tre piramidi quadrate*

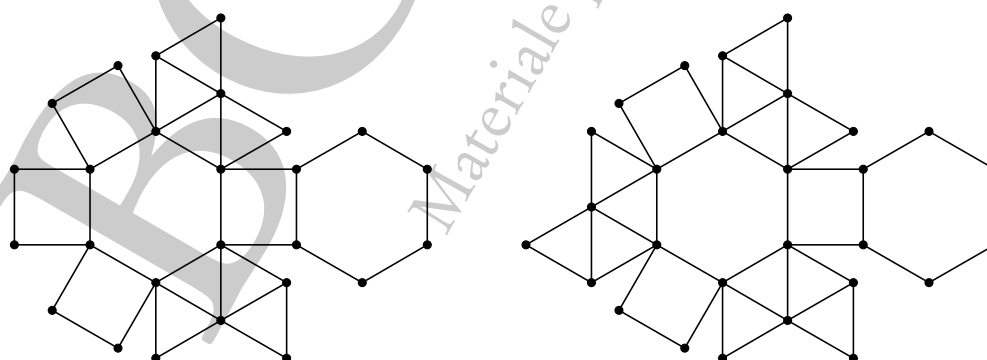


Figura 2.105: J56-J57: *possibili sviluppi piani dei prismi esagonali metabiaumentato e triaumentato a confronto*



## 2.15 Dodecaedri aumentati

Questi solidi si ottengono incollando una piramide pentagonale a una, due o tre facce di un dodecaedro regolare.

Come già per i prismi, nel caso di aumento con due piramidi si distinguono i casi in cui le due piramidi sono incollate su facce opposte (dodecaedro parabiaumentato) o no (dodecaedro metabiaumentato) del dodecaedro di base.

Le facce sono quelle del dodecaedro con la soppressione di uno, due o tre pentagoni e la loro sostituzione con 5, 10 o 15 triangoli.

### 2.15.1 J58: Dodecaedro aumentato

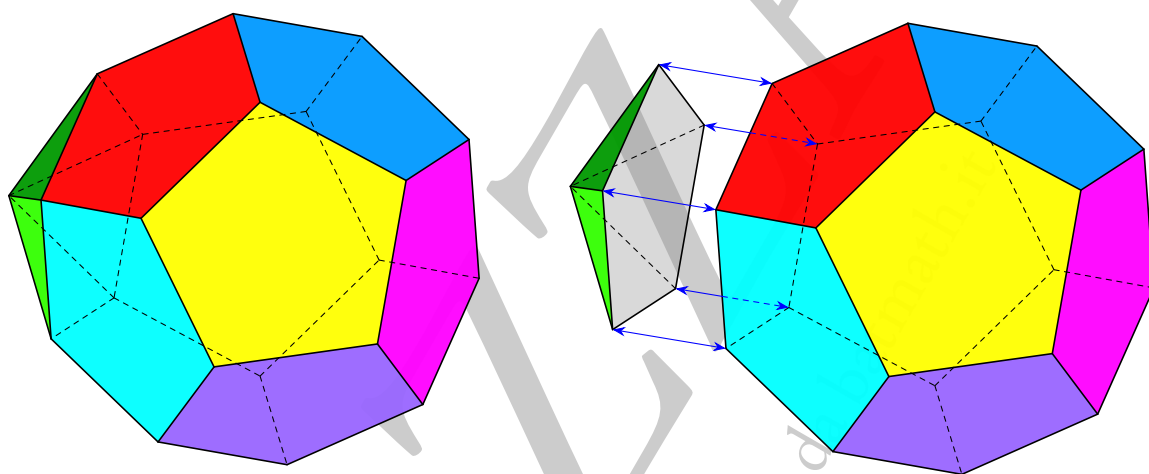


Figura 2.106: J58: *il dodecaedro aumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e una piramide pentagonale*

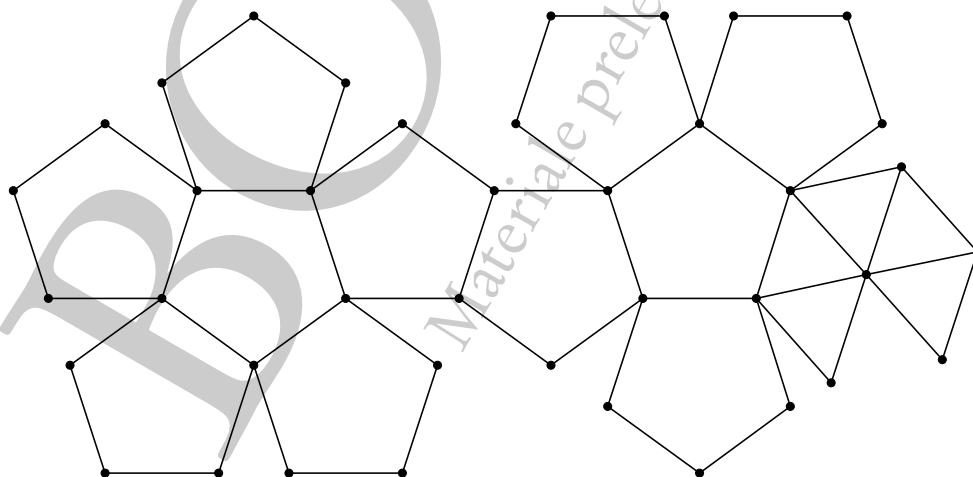


Figura 2.107: J58: *un possibile sviluppo piano del dodecaedro aumentato*

## 2.15.2 J59: Dodecaedro parabiaumentato

È opportuno notare che non è possibile incollare le piramidi su facce adiacenti del dodecaedro, in quanto si otterrebbe un poliedro non convesso, come si può facilmente capire se si pensa al dodecaedro regolare elevato di Luca Pacioli, disegnato da Leonardo e di cui abbiamo parlato nel fascicolo sui solidi Platonici. Per rendersi ancora meglio conto di questo fatto si veda il paragrafo 3.8 del capitolo 3.

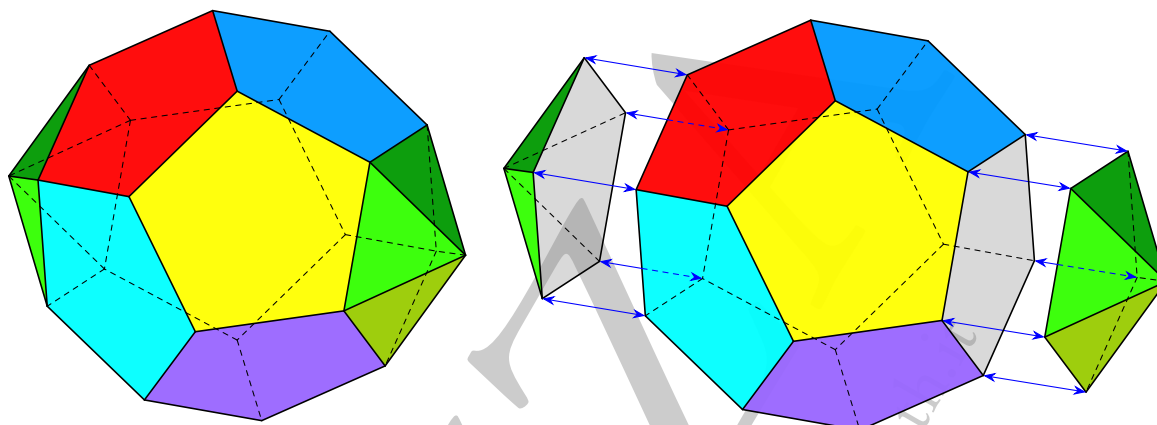


Figura 2.108: J59: il dodecaedro parabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e due piramidi pentagonali

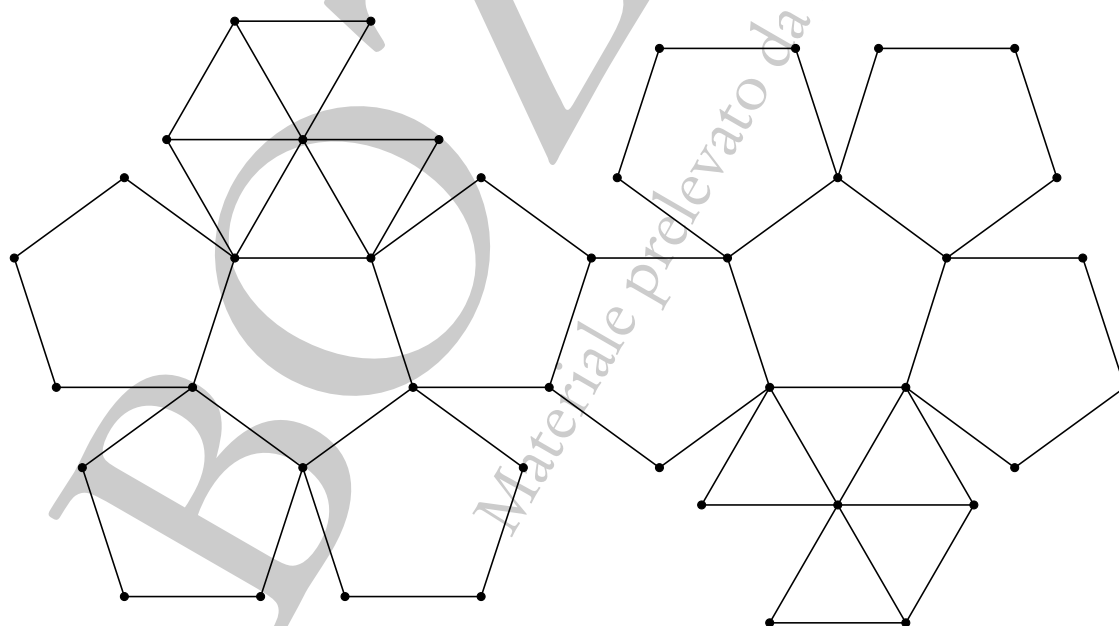


Figura 2.109: J59: un possibile sviluppo piano del dodecaedro parabiaumentato

## 2.15.3 J60: Dodecaedro metabiaumentato

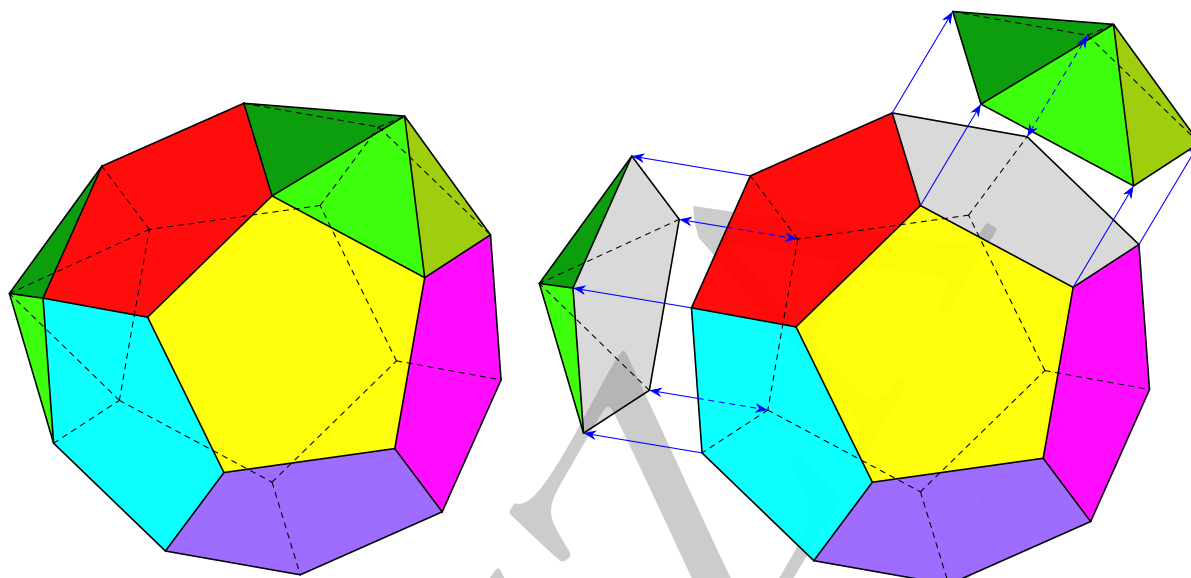


Figura 2.110: J60: *il dodecaedro metabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e due piramidi pentagonali*

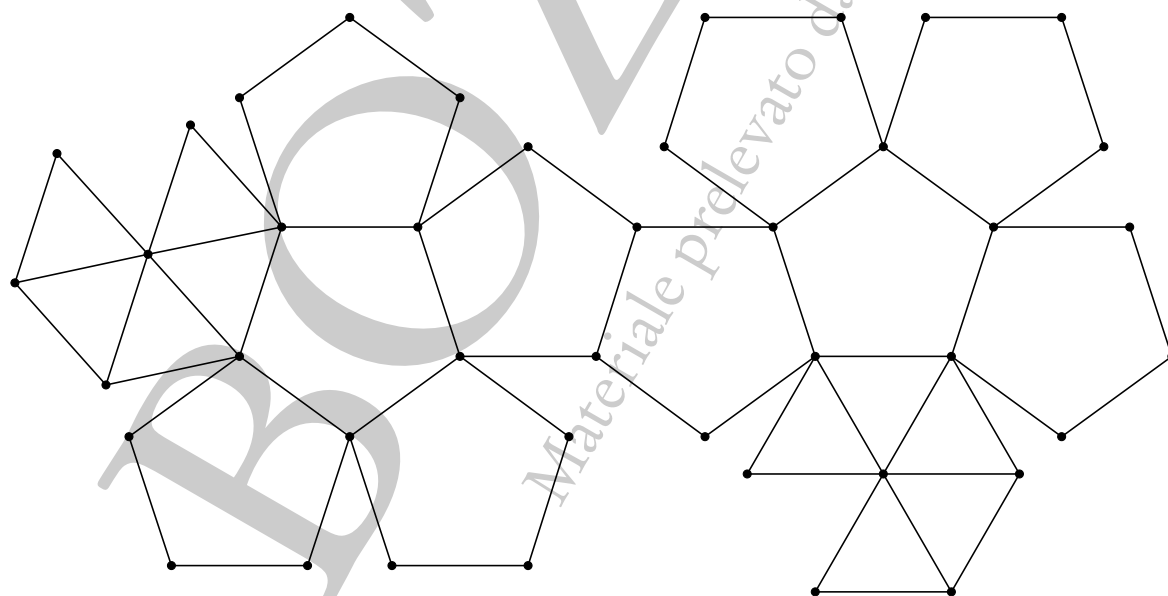


Figura 2.111: J60: *un possibile sviluppo piano del dodecaedro metabiaumentato*

## 2.15.4 J61: Dodecaedro triaumentato

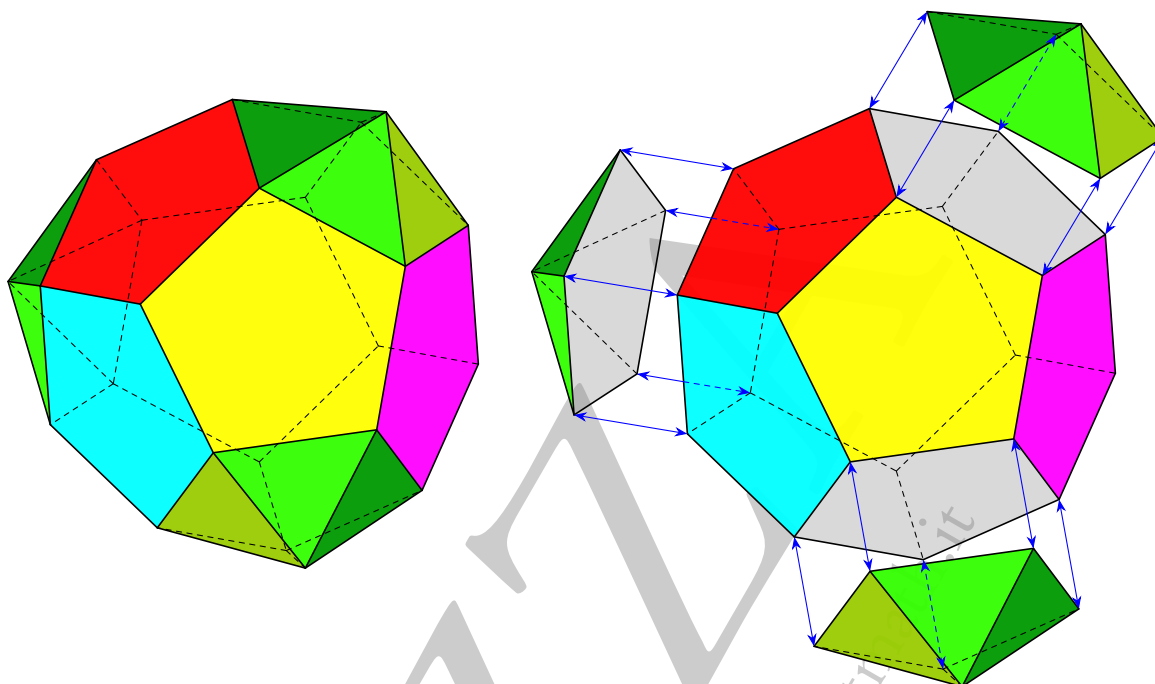


Figura 2.112: J61: *il dodecaedro triaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro e tre piramidi pentagonali*

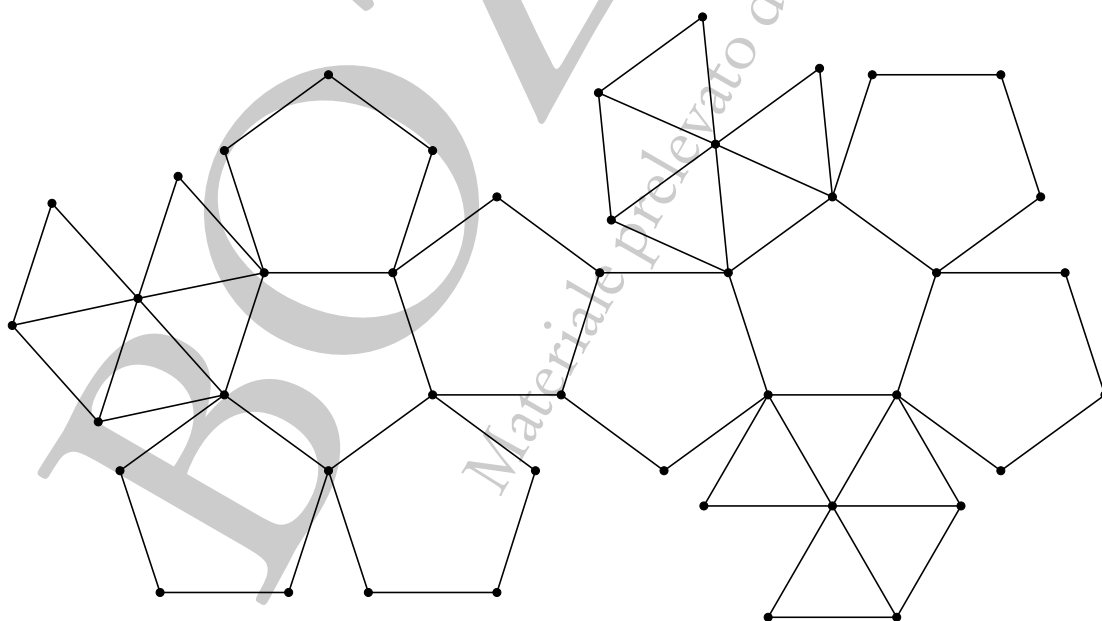


Figura 2.113: J61: *un possibile sviluppo piano del dodecaedro triaumentato*

## 2.16 Icosaedri diminuiti

A partire dall'icosaedro si possono ottenere due solidi di Johnson eliminando, opportunamente, due o tre piramidi pentagonali. L'eliminazione di una sola piramide pentagonale porta nuovamente al solido J11, ovvero alla piramide pentagonale giroelongata, che dunque potrebbe anche essere chiamata *icosaedro diminuito*, mentre l'eliminazione di due piramidi opposte porta all'antiprisma pentagonale, che potrebbe dunque essere chiamato *icosaedro parabidiminuito*. Questi due solidi sono inscrivibili in una sfera.

## 2.16.1 J62: Icosaedro metabidiminuito

Ha due facce pentagonali (quelle ottenute dalle sezioni delle piramidi) e 10 facce triangolari, le residue delle 20 facce dell'icosaedro dopo soppressione delle due piramidi.

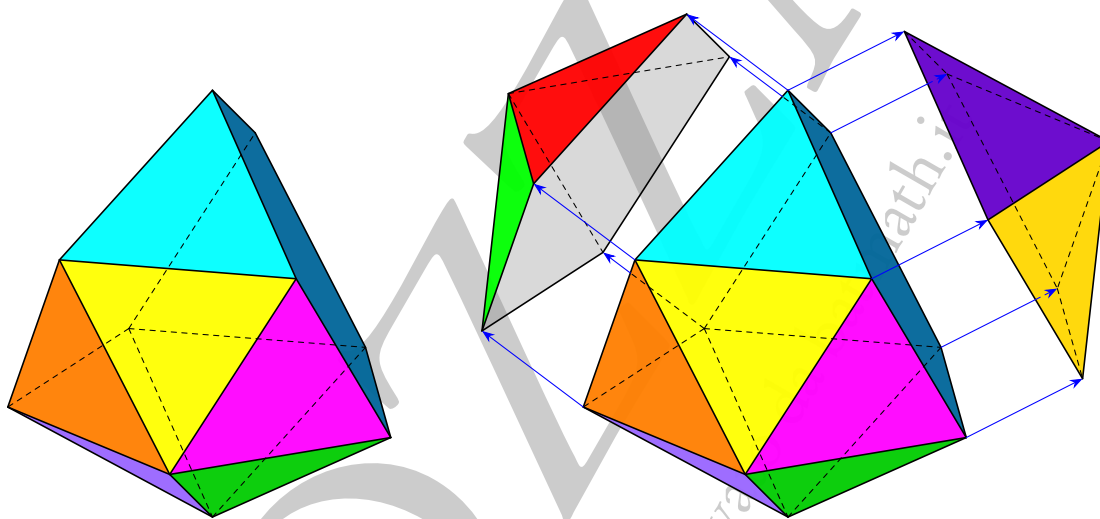


Figura 2.114: J62: l'icosaedro metabidiminuito e sua costruzione a partire dall'icosaedro

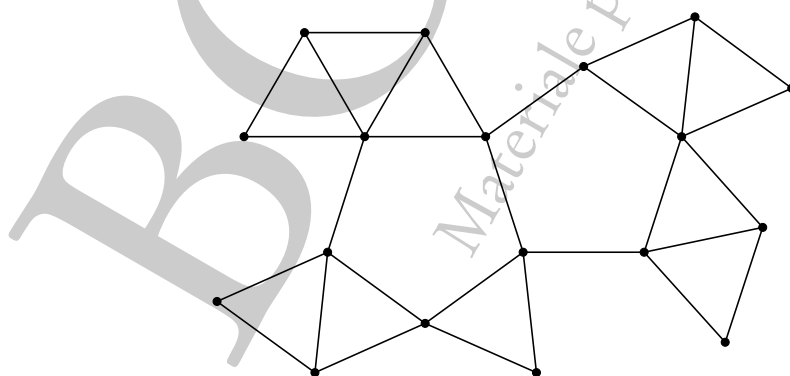


Figura 2.115: J62: un possibile sviluppo piano dell'icosaedro metabidiminuito

## 2.16.2 J63: Icosaedro tridiminuito

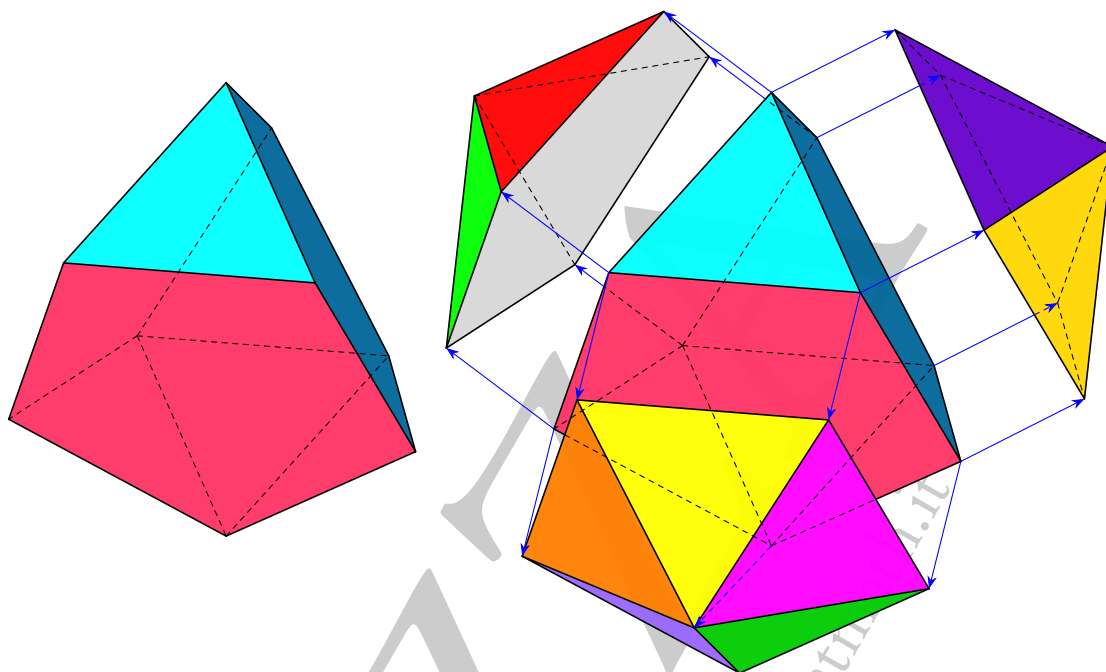


Figura 2.116: J63: *Icosaedro tridiminuito e sua costruzione a partire dall'icosaedro*

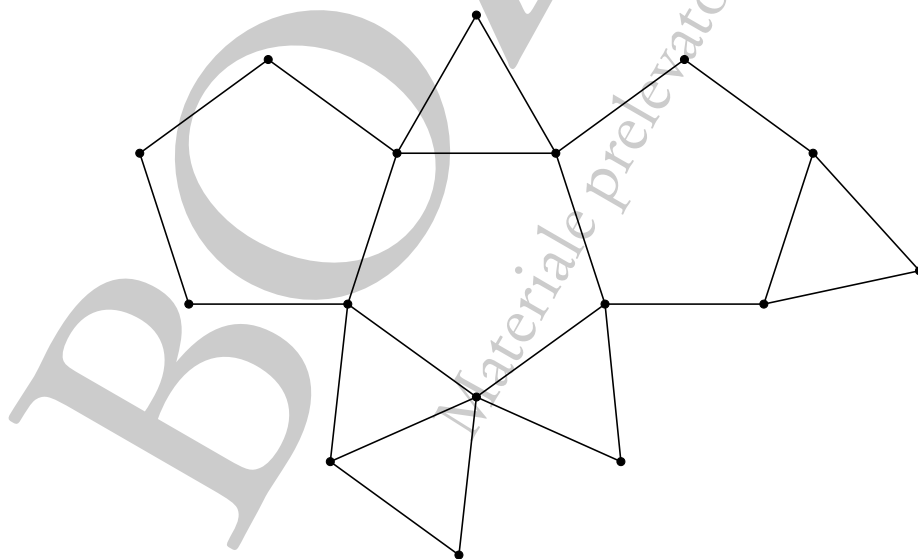


Figura 2.117: J63: *un possibile sviluppo piano dell'icosaedro tridiminuito*

## 2.16.3 J64: Icosaedro tridiminuito aumentato

Questo è uno dei solidi di Johnson ottenibili mediante “taglia e incolla”: diminuzione di un icosaedro e aggiunta di un tetraedro.

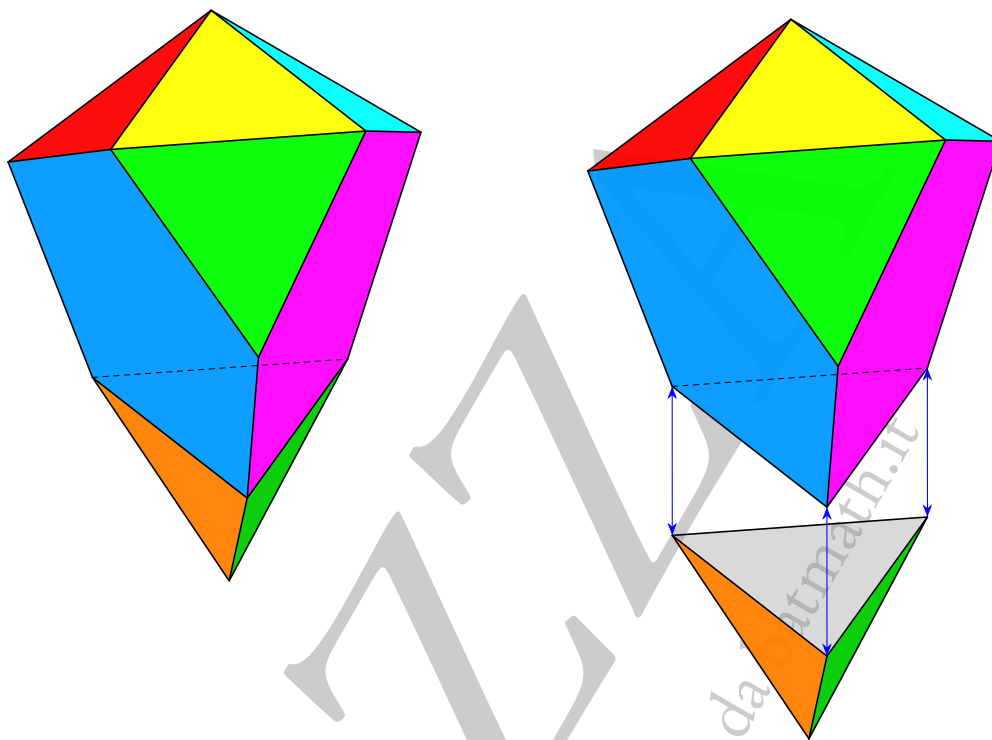


Figura 2.118: J64: *l'icosaedro tridiminuito aumentato e sua costruzione mediante un icosaedro tridiminuito e un tetraedro*

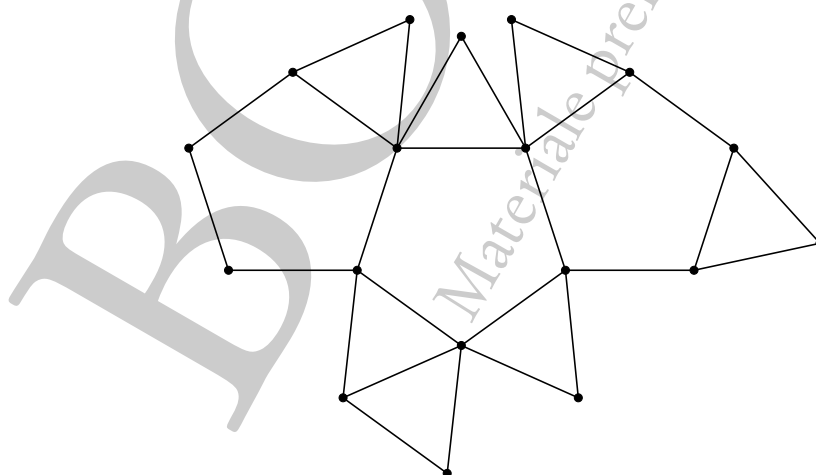


Figura 2.119: J64: *un possibile sviluppo piano dell'icosaedro tridiminuito aumentato*

## 2.17 Poliedri Archimedei aumentati

Questi sette solidi di Johnson si ottengono a partire dal tetraedro, cubo o dodecaedro troncati con all'aggiunta di cupole triangolari, quadrate o pentagonali. Solo alcuni aumenti producono solidi di Johnson, altri producono solidi concavi o solidi in cui alcune facce sono complanari e la loro unione non è un poligono regolare. Alcuni esempi di queste situazioni sono proposti nel capitolo 3.

## 2.17.1 J65: Tetraedro troncato aumentato

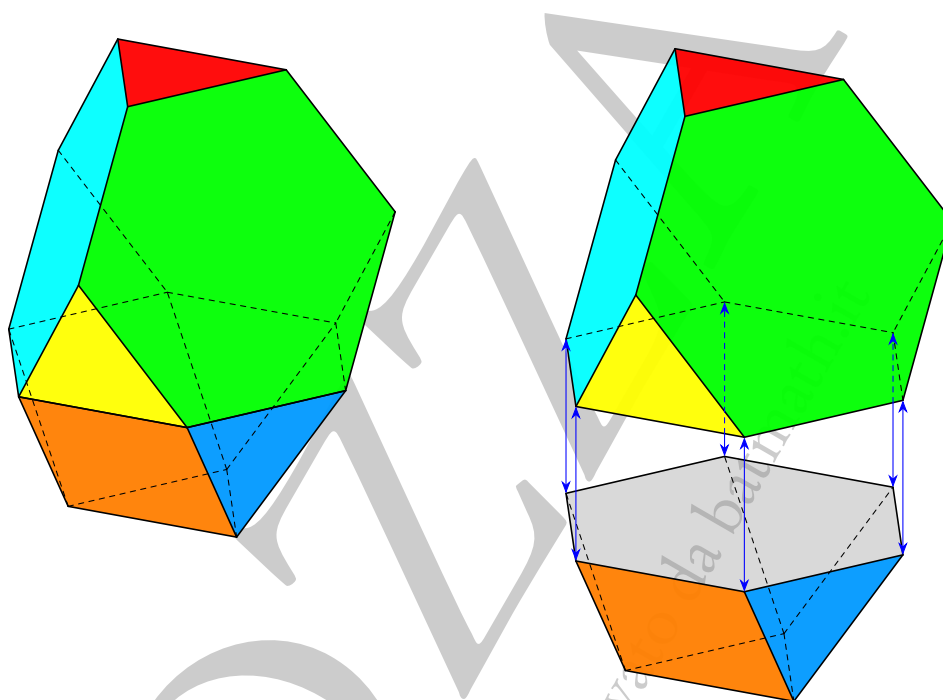


Figura 2.120: J65: *il tetraedro troncato aumentato e sua costruzione mediante un tetraedro troncato e una cupola triangolare*

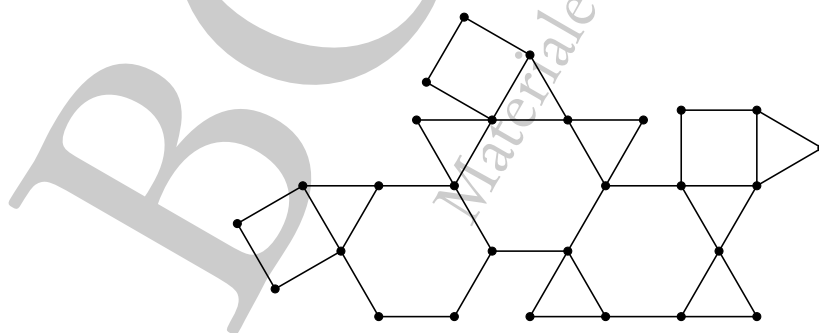


Figura 2.121: J65: *un possibile sviluppo piano del tetraedro troncato aumentato*



## 2.17.2 J66: Cubo troncato aumentato

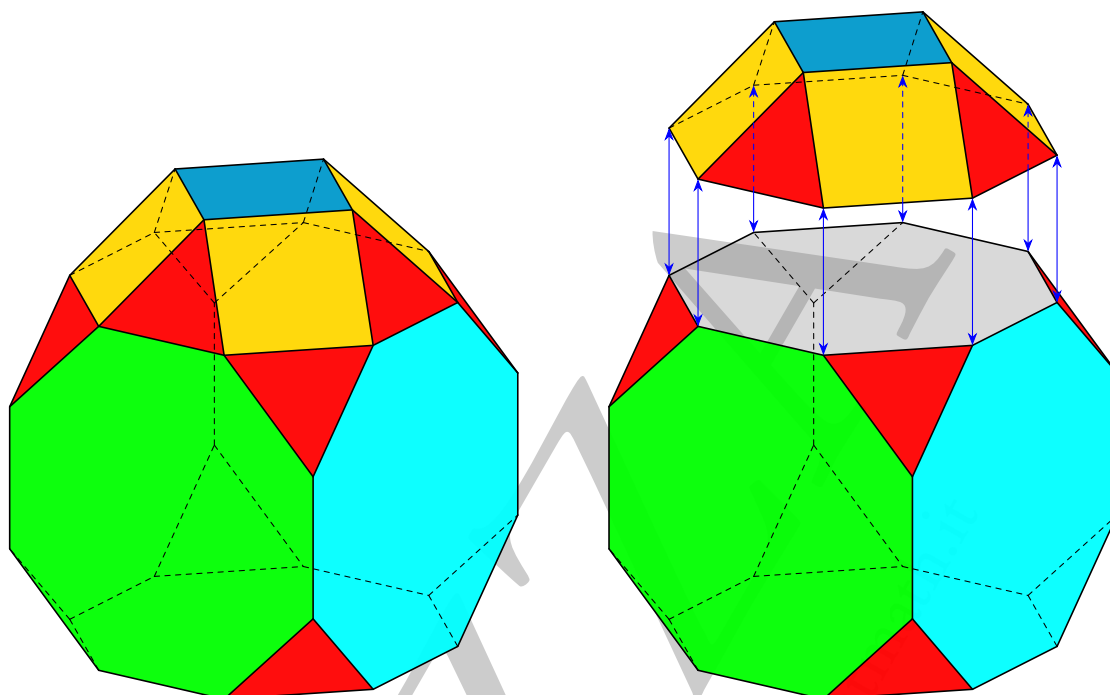


Figura 2.122: J66: *il cubo troncato aumentato e sua costruzione mediante un cubo troncato e una cupola quadrata*

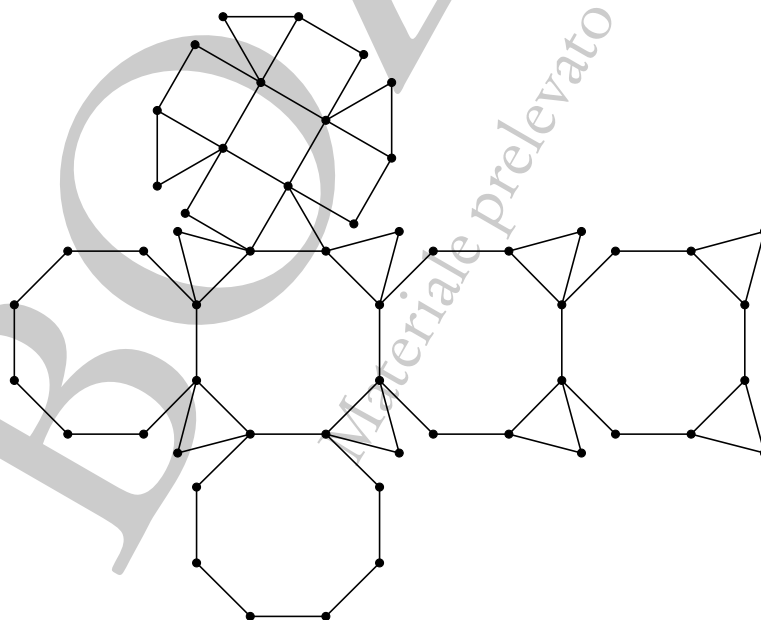


Figura 2.123: J66: *un possibile sviluppo piano del cubo troncato aumentato*

## 2.17.3 J67: Cubo troncato biaumentato

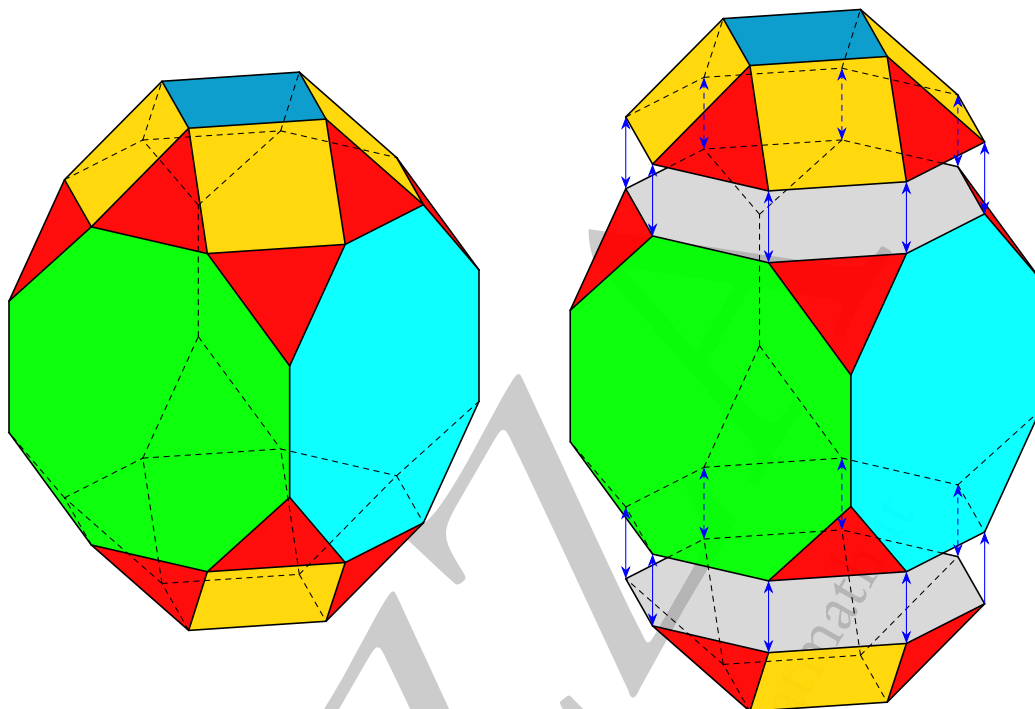


Figura 2.124: J67: *il cubo troncato biaumentato e sua costruzione mediante un cubo troncato e due cupole quadrate*

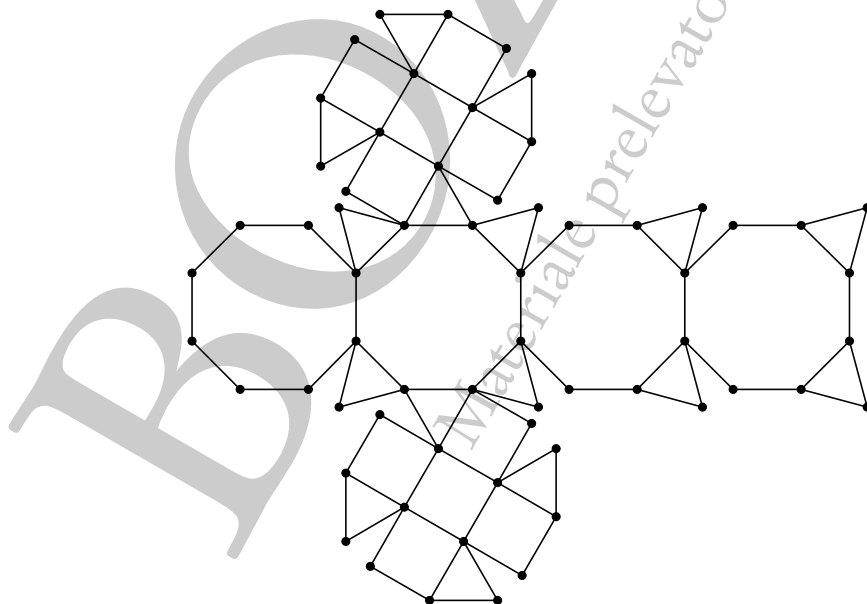


Figura 2.125: J67: *un possibile sviluppo piano del cubo troncato biaumentato*

## 2.17.4 J68: Dodecaedro troncato aumentato

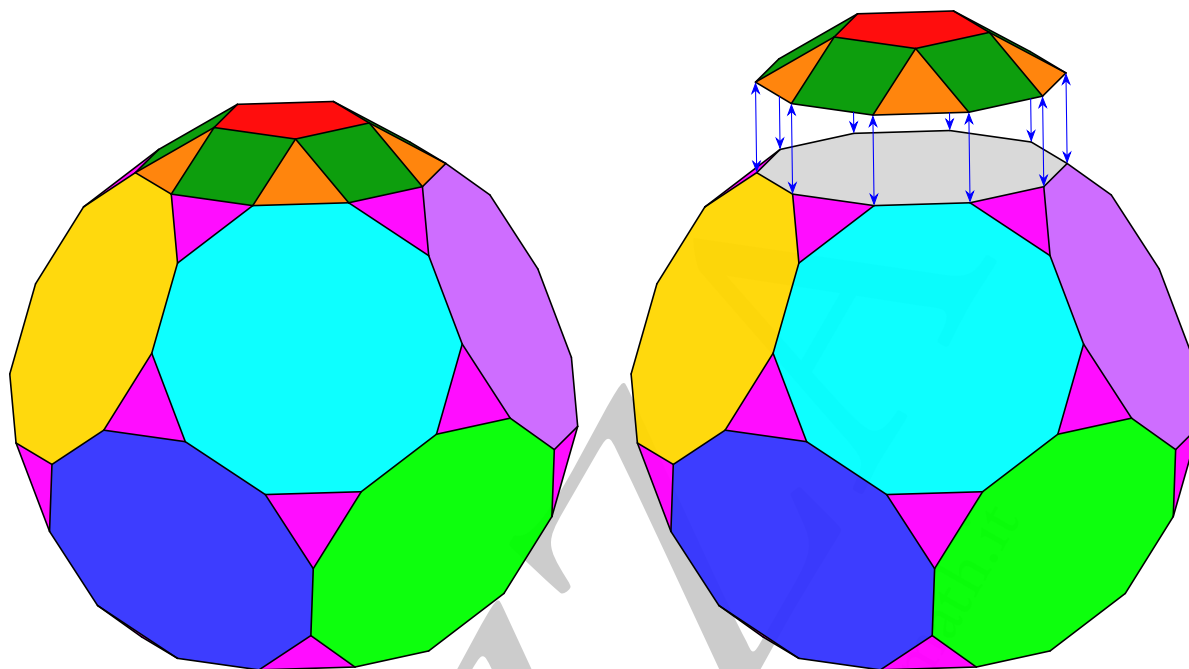


Figura 2.126: J68: *il dodecaedro troncato aumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e una cupola pentagonale*

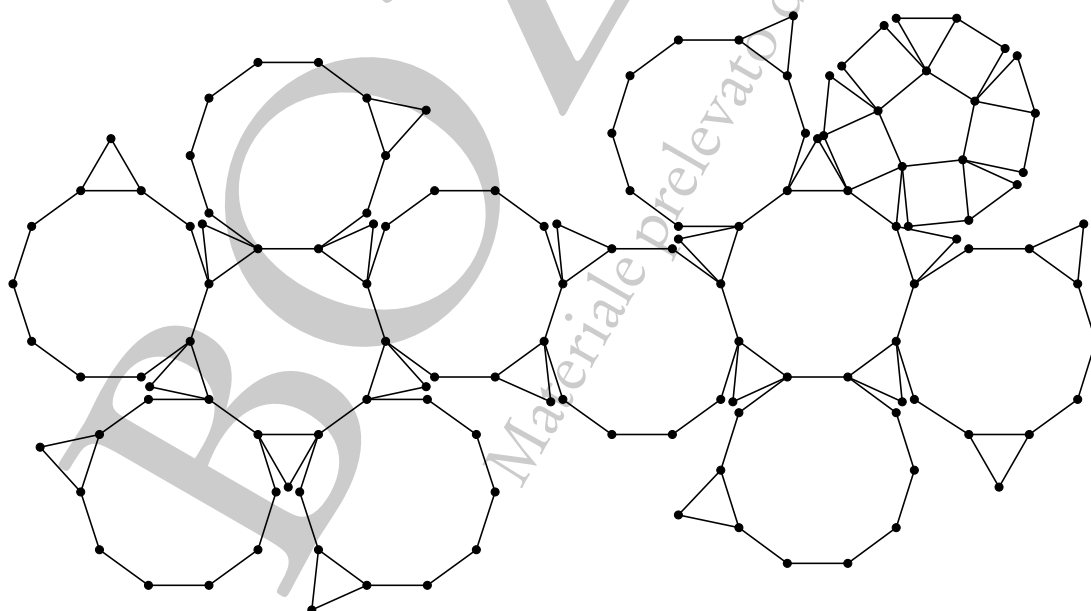


Figura 2.127: J68: *un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato aumentato*

## 2.17.5 J69: Dodecaedro troncato parabiaumentato

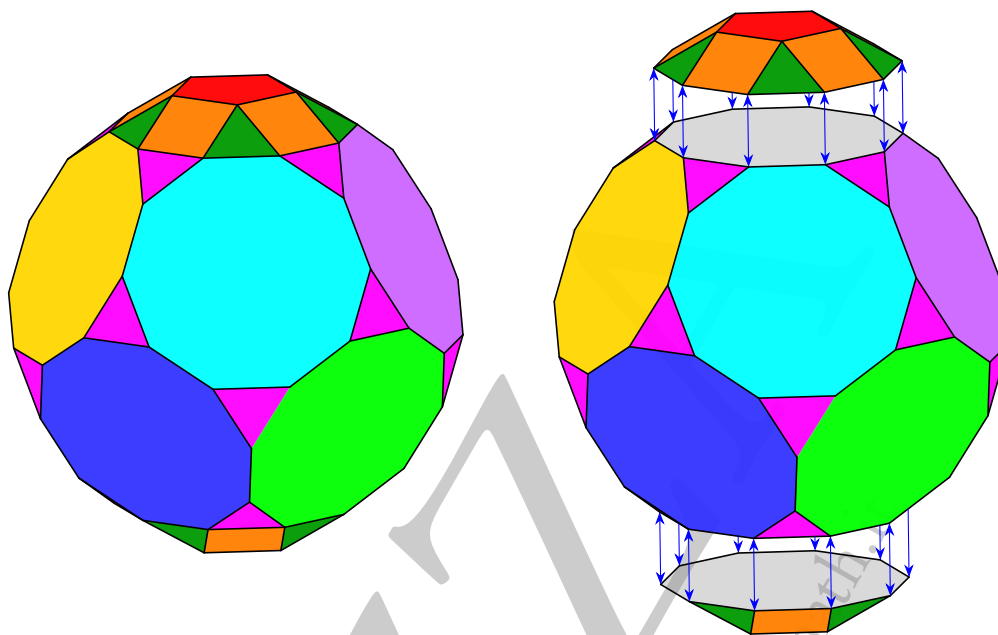


Figura 2.128: J69: *il dodecaedro troncato parabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e due cupole pentagonali*

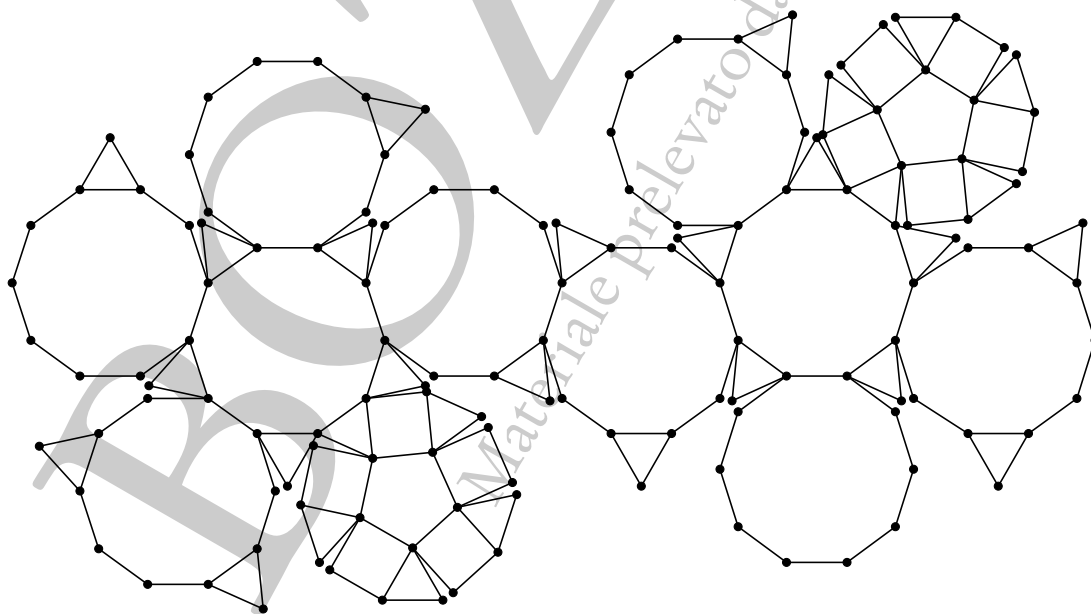


Figura 2.129: J69: *un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato parabiaumentato*

2.17.6 J70: Dodecaedro troncato metabiaumentato

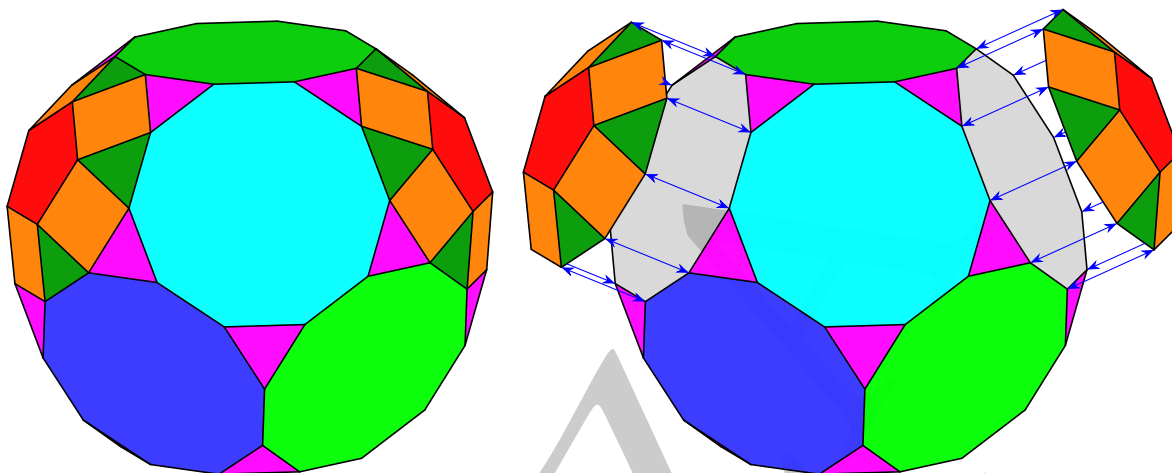


Figura 2.130: J70: *il dodecaedro troncato metabiaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e due cupole pentagonali*

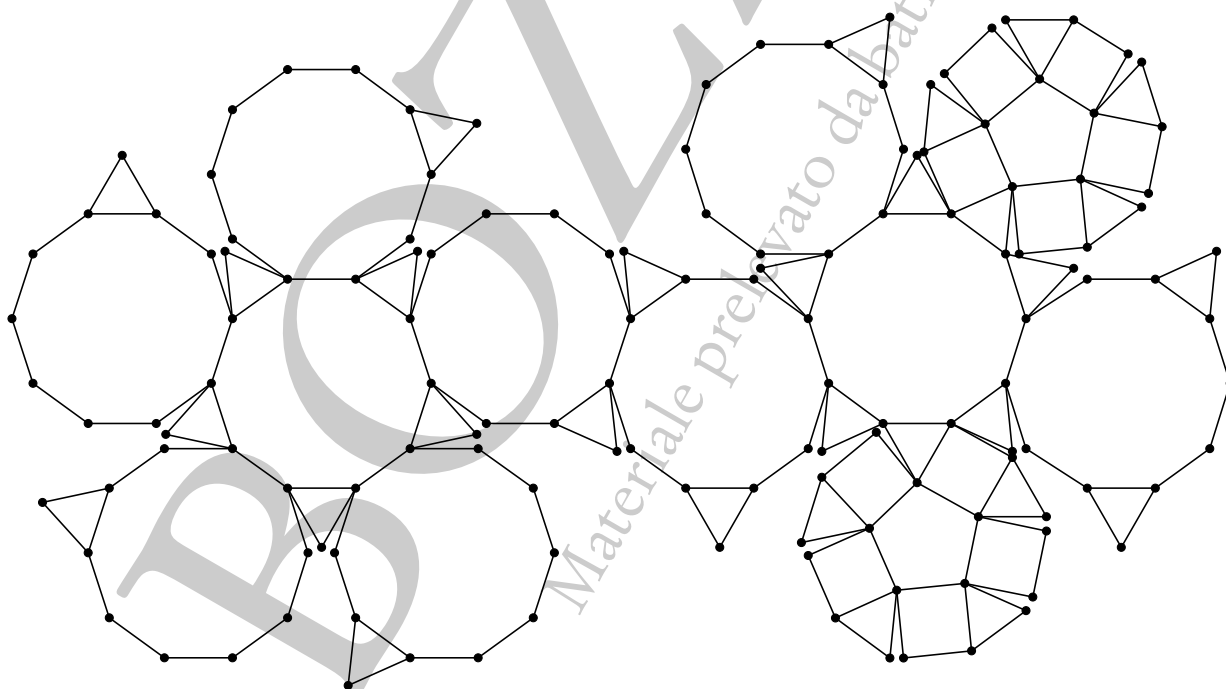


Figura 2.131: J70: *un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato metabiaumentato*

## 2.17.7 J71: Dodecaedro troncato triaumentato

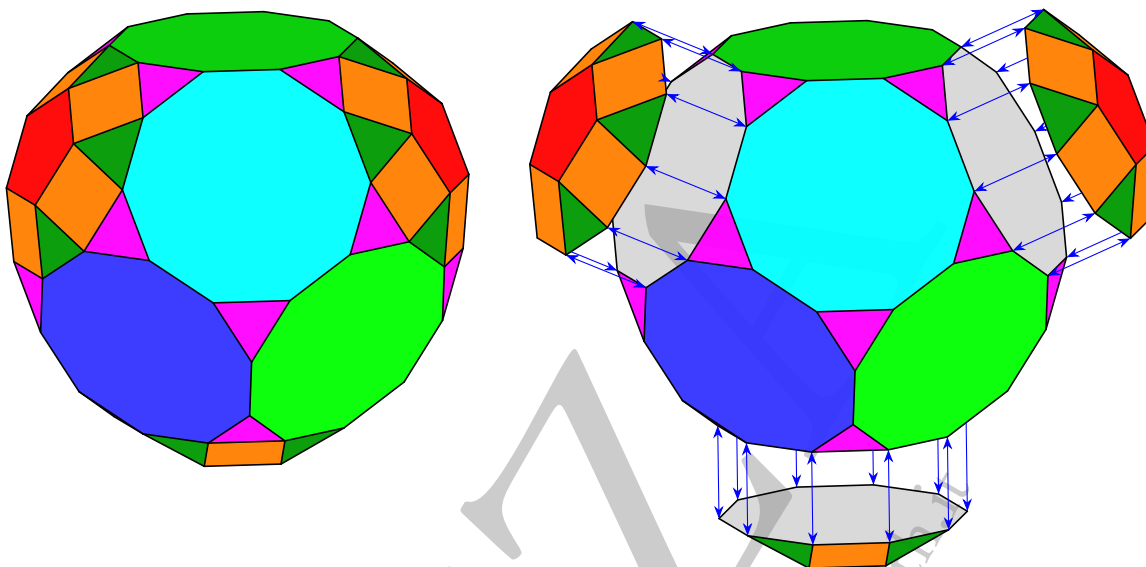


Figura 2.132: J71: il dodecaedro troncato triaumentato e sua costruzione mediante un dodecaedro troncato e tre cupole pentagonali

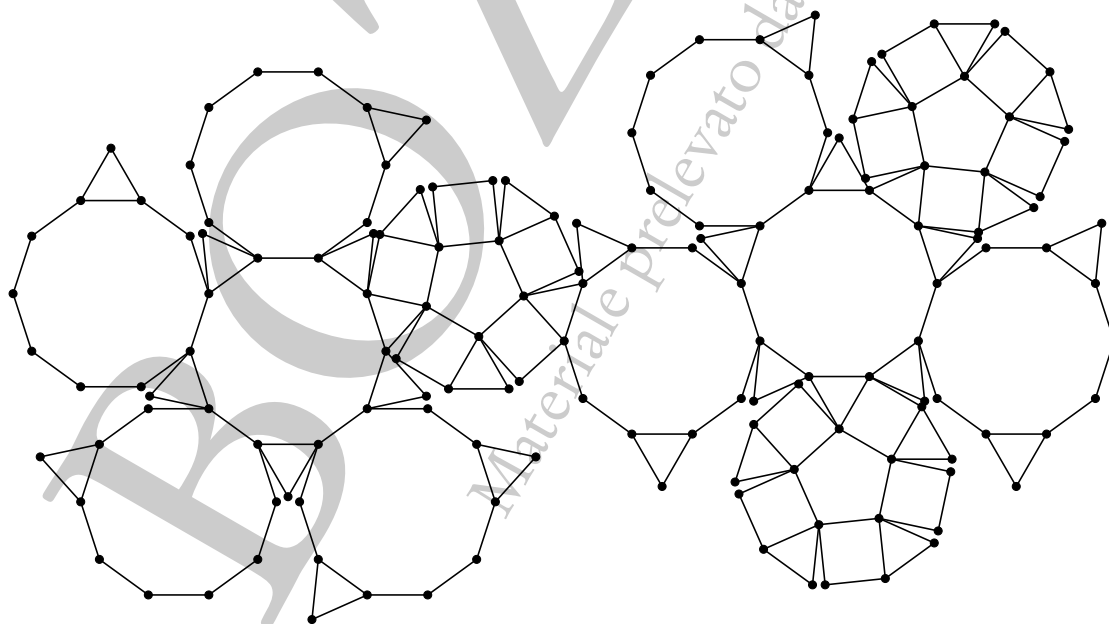


Figura 2.133: J71: un possibile sviluppo piano del dodecaedro troncato triaumentato

## 2.18 Rombicosidodecaedri girati e diminuiti

Il rombicosidodecaedro è, ai fini della produzione di poliedri di Johnson mediante “taglia copia e incolla”, il poliedro più prolifico: ben 12 poliedri di Johnson sono ricavati da questo solido archimedeo. Il tutto è legato al fatto che sulla sua “buccia” si individuano 12 pentagoni che sono centri di 12 cupole pentagonali, aventi dunque base maggiore decagonale: la soppressione di una o più di queste cupole può dunque generare un poliedro a facce regolari. Altre possibilità si hanno sottoponendo una o più di queste cupole ad una opportuna rotazione. In realtà al massimo tre di queste cupole sono “indipendenti” perché due cupole adiacenti si sovrappongono parzialmente.

I 12 poliedri di Johnson si ottengono a partire da una cupola, due cupole diametralmente opposte, due cupole “vicine ma separate” o tre cupole, mediante rotazione e/o soppressione in tutte le combinazioni possibili: 1 girata e la stessa soppressa, 2 girate e le stesse soppresse, 3 girate e le stesse soppresse, 1 girata e un'altra soppressa, opposte o no, 1 girata e due soppresse, 2 girate e una soppressa, ecc. Tutti questi poliedri sono inscrittibili in una sfera.

Nelle figure 2.134 e 2.135 sono mostrate le possibili posizioni delle cupole pentagonali la cui soppressione o rotazione può portare a un poliedro di Johnson.

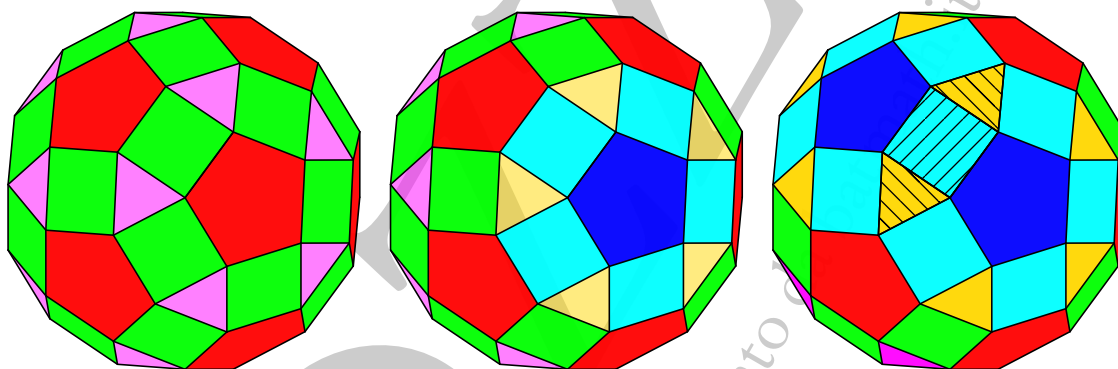


Figura 2.134: *Il rombicosidodecaedro, a sinistra, l'evidenziazione di una cupola pentagonale, al centro e due cupole adiacenti con la parte comune, a destra*

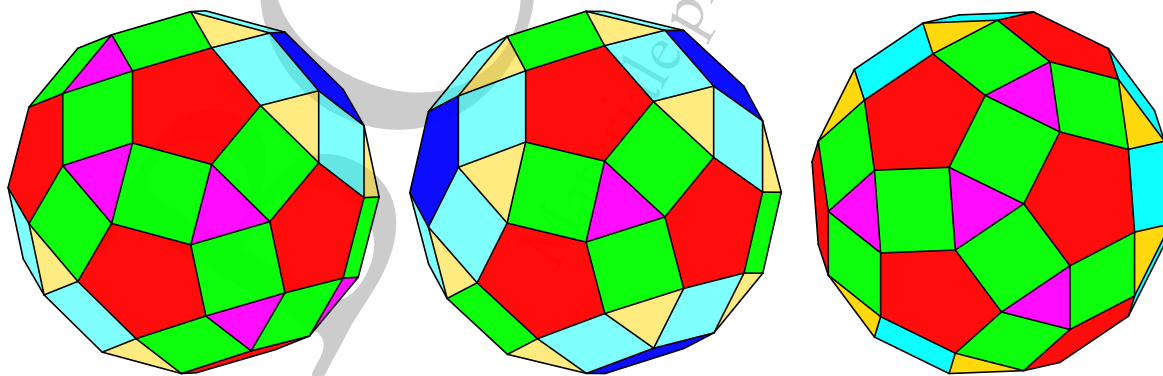


Figura 2.135: *Il rombicosidodecaedro con evidenziate due cupole diametralmente opposte, a sinistra, e tre cupole non adiacenti, in due diverse proiezioni, al centro e a destra*

## 2.18.1 J72: Rombicosidodecaedro girato

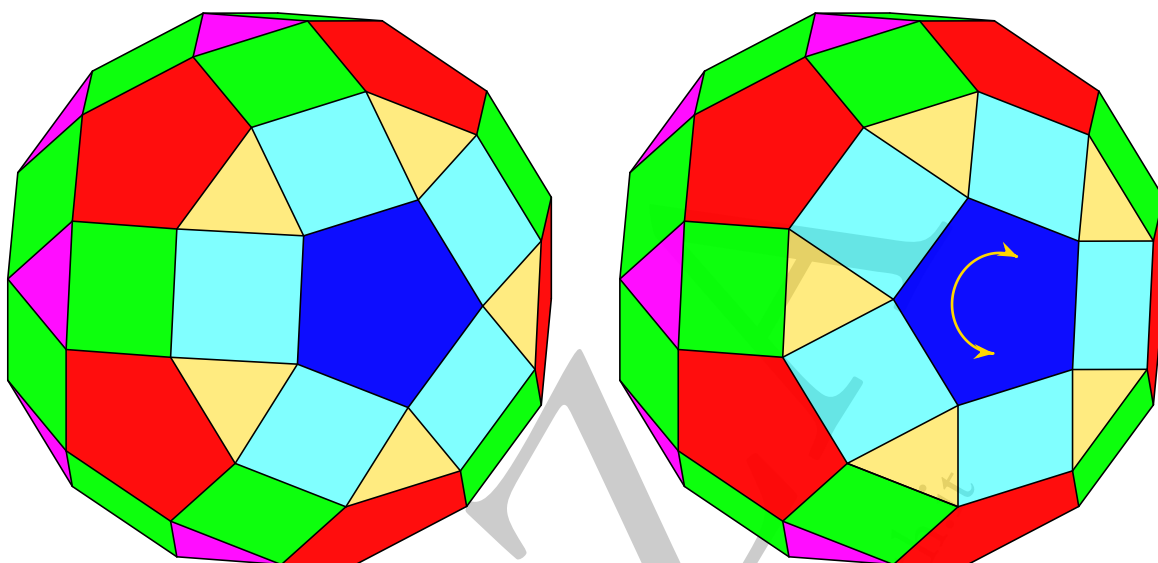


Figura 2.136: J72: *il rombicosidodecaedro girato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

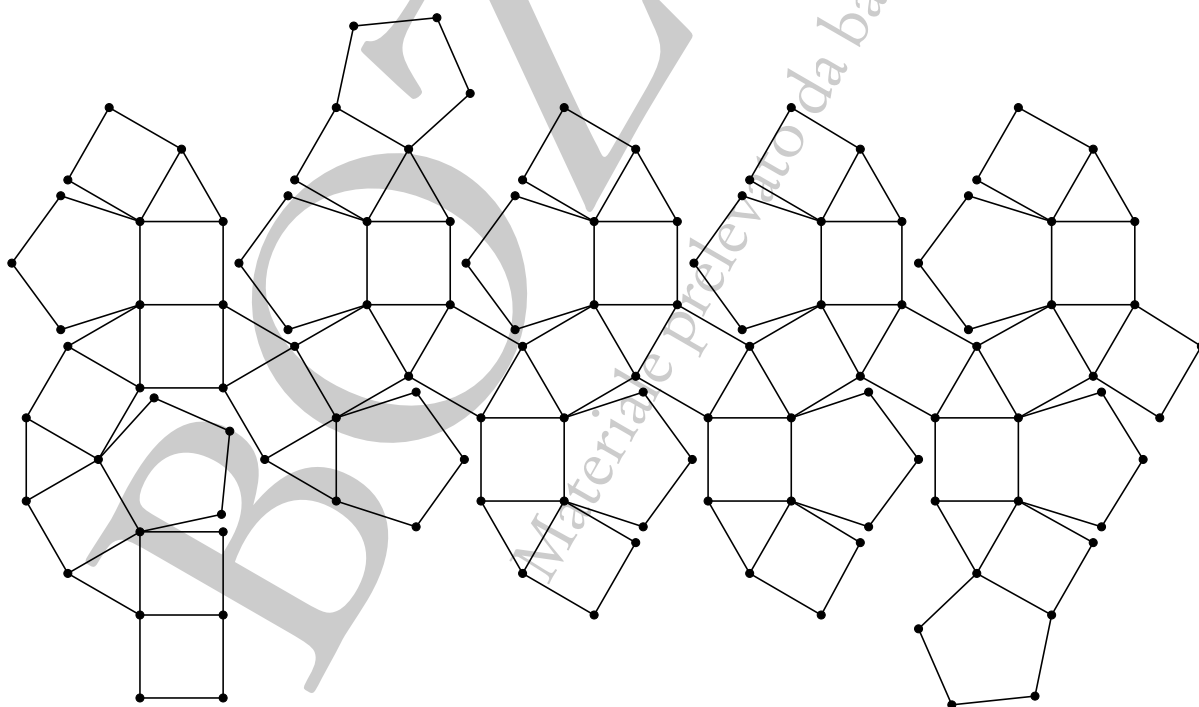


Figura 2.137: J72: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro girato*



2.18.2 J73: Rombicosidodecaedro parabigirato

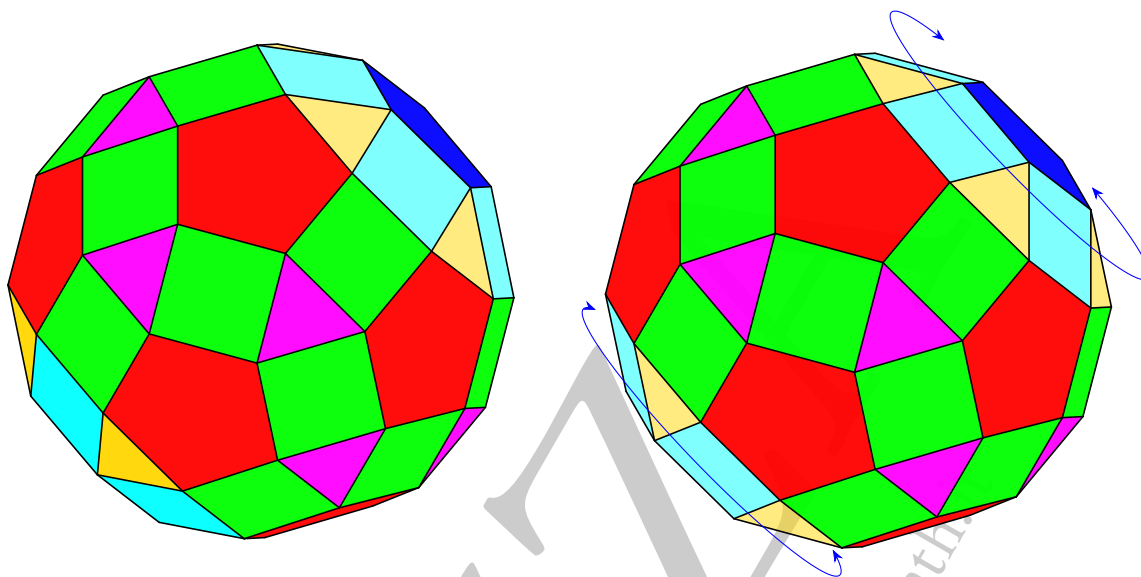


Figura 2.138: J73: *il rombicosidodecaedro parabigirato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

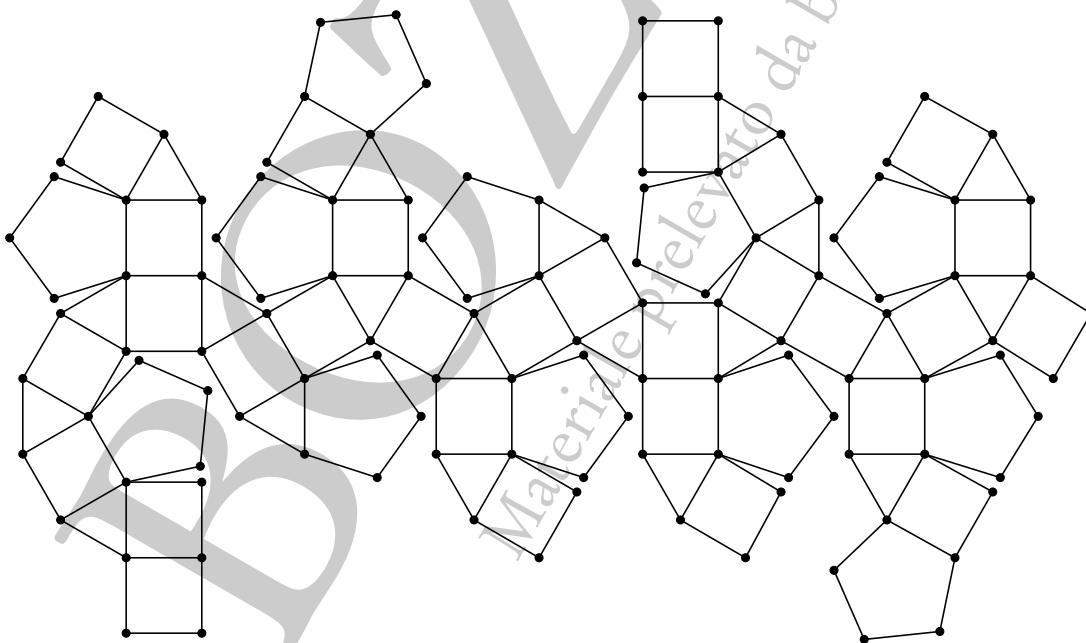


Figura 2.139: J73: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro parabigirato*

## 2.18.3 J74: Rombicosidodecaedro metabigirato

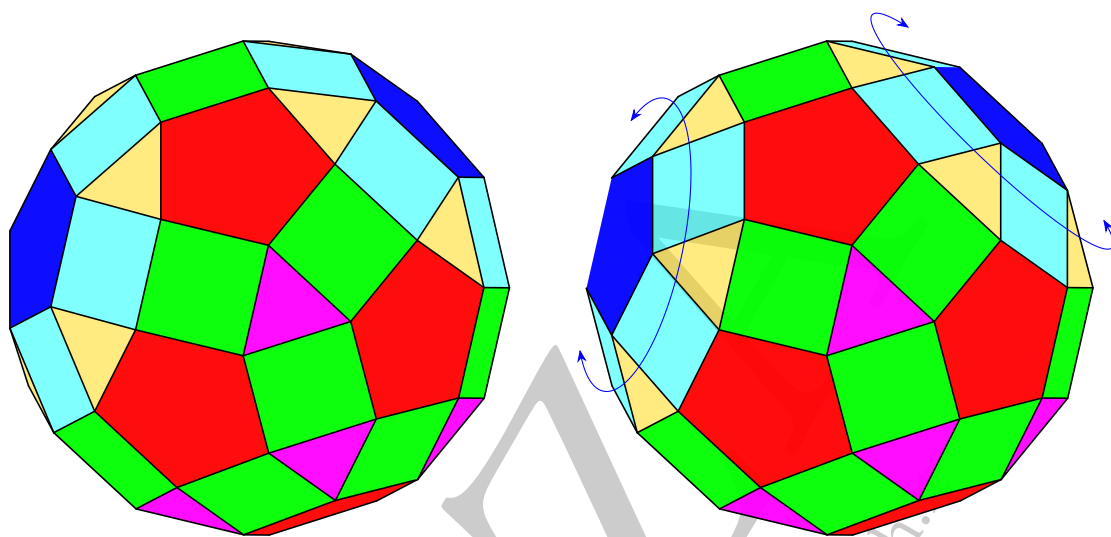


Figura 2.140: J74: *il rombicosidodecaedro metabigirato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

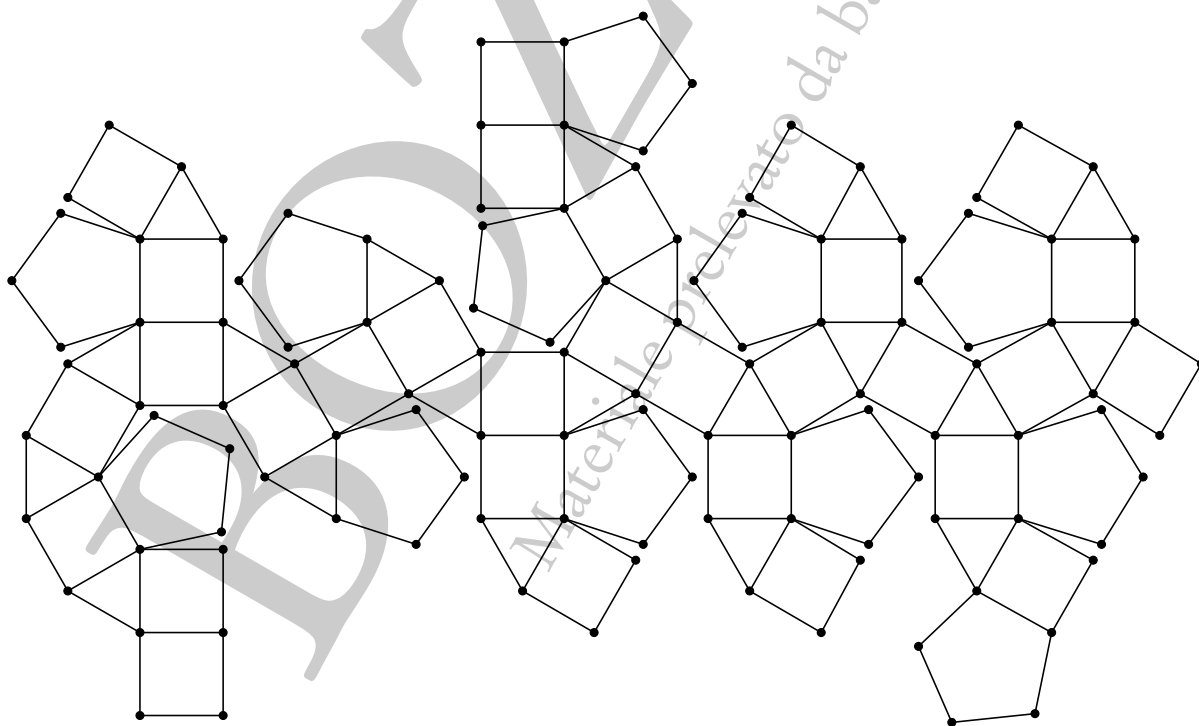


Figura 2.141: J74: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro metabigirato*

2.18.4 J75: Rombicosidodecaedro trigrato

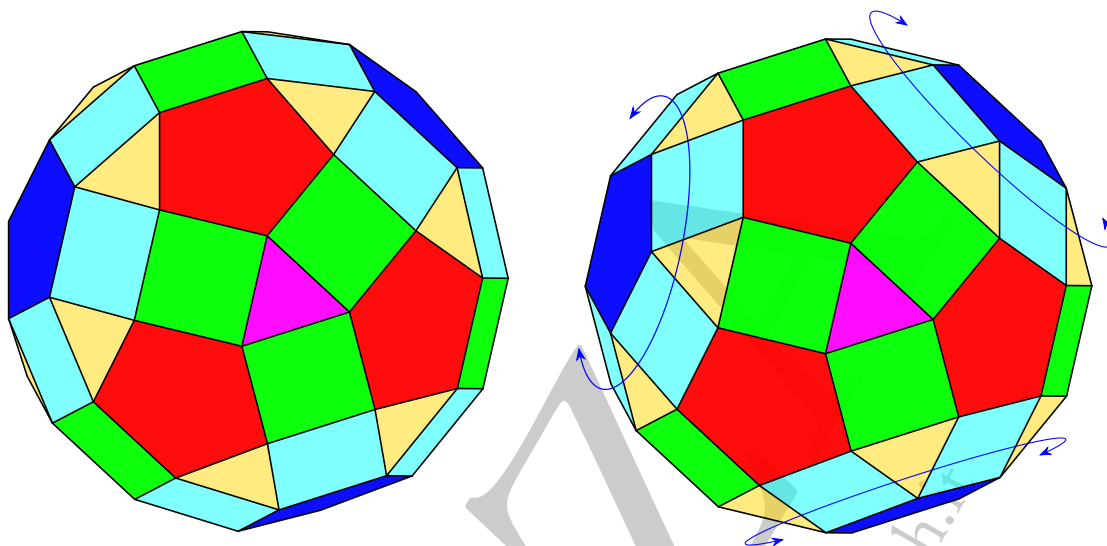


Figura 2.142: J75x: *il rombicosidodecaedro trigrato e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

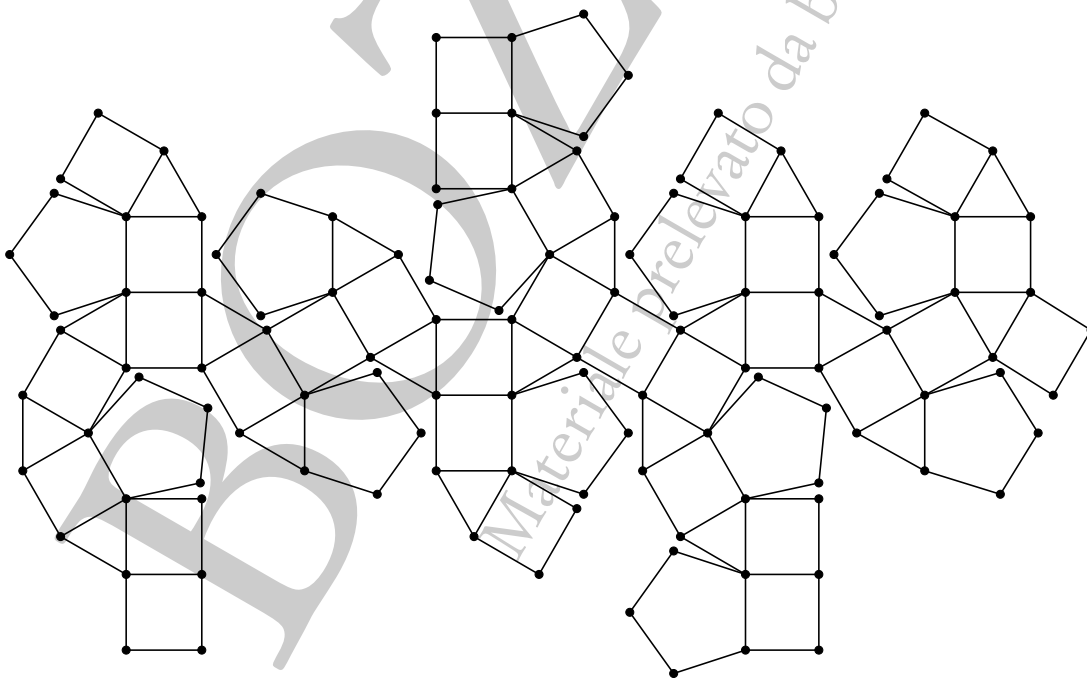


Figura 2.143: J75: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro trigrato*

## 2.18.5 J76: Rombicosidodecaedro diminuito

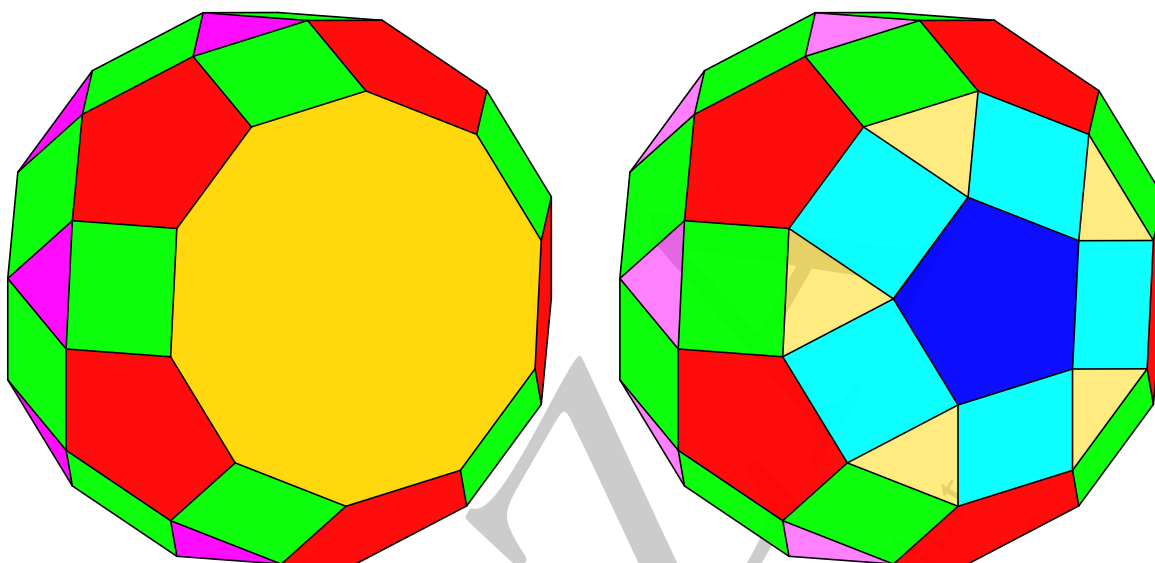


Figura 2.144: J76: *il rombicosidodecaedro diminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

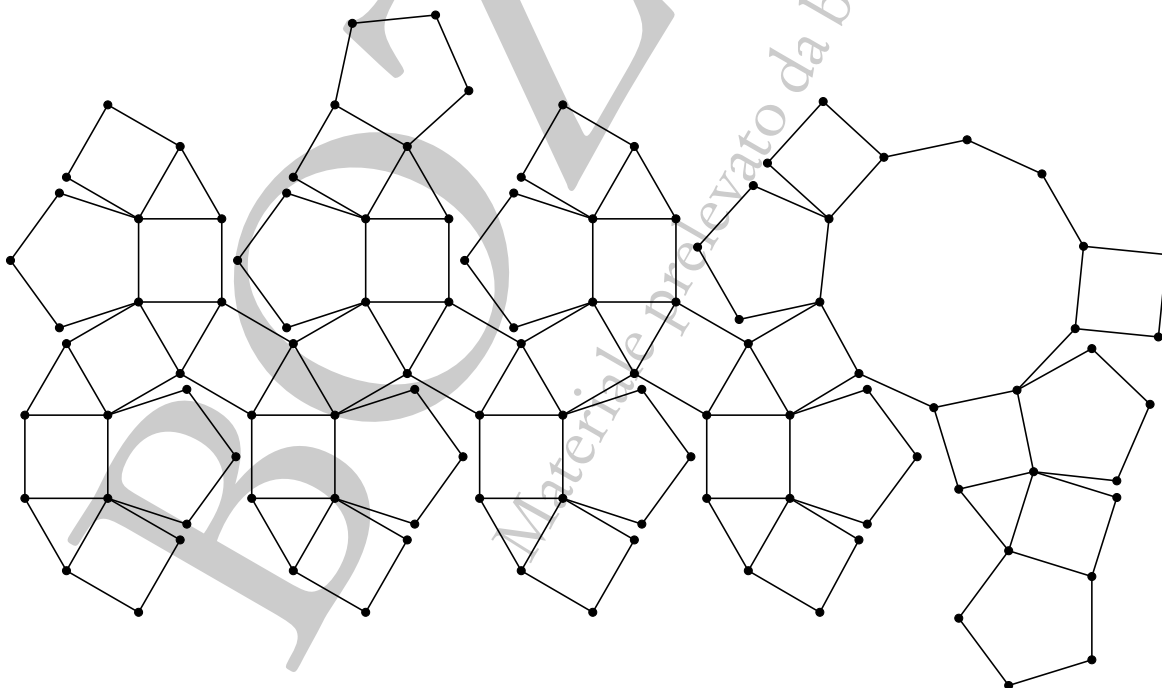


Figura 2.145: J76: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro diminuito*

2.18.6 J77: Rombicosidodecaedro paragirato diminuito

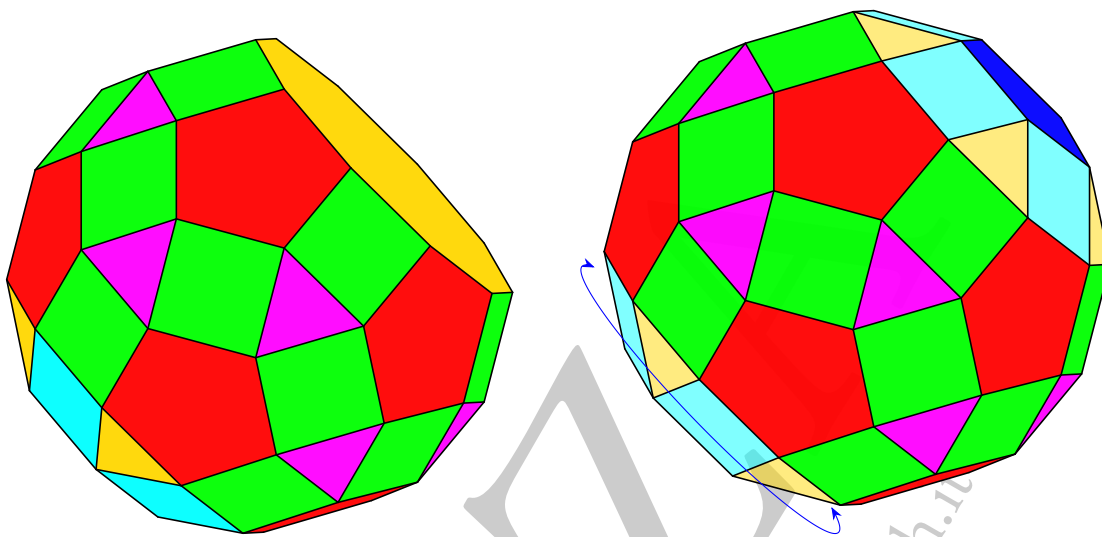


Figura 2.146: J77: *il rombicosidodecaedro paragirato diminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

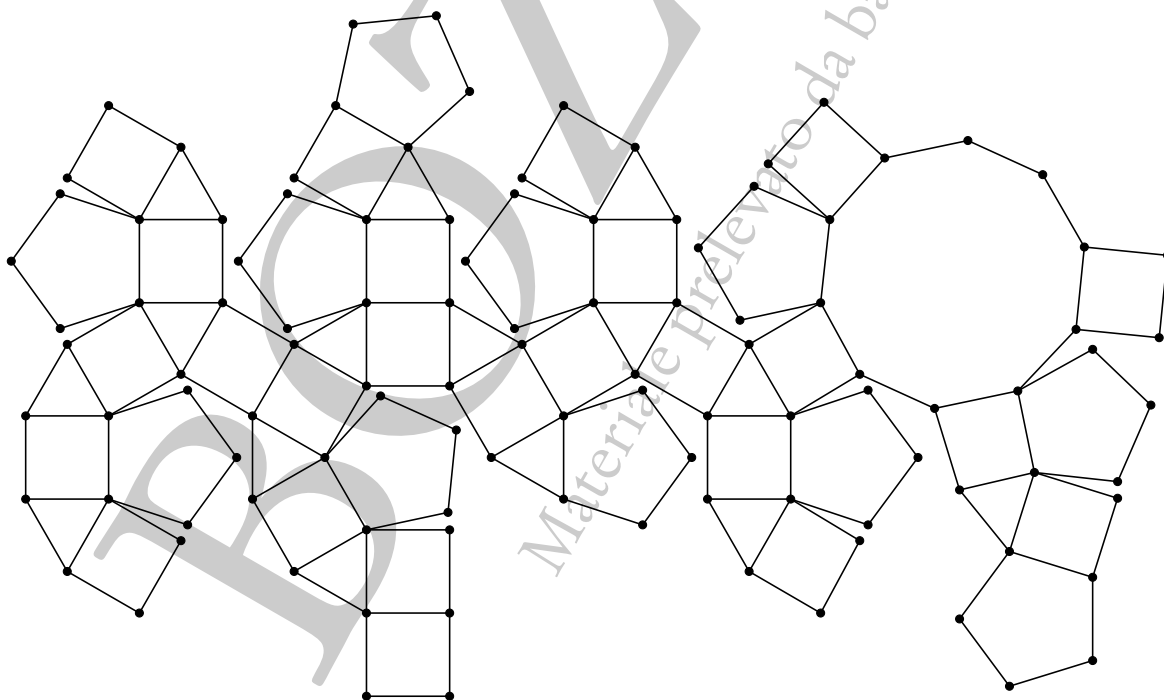


Figura 2.147: J77: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro paragirato diminuito*

## 2.18.7 J78: Rombicosidodecaedro metagirato diminuito

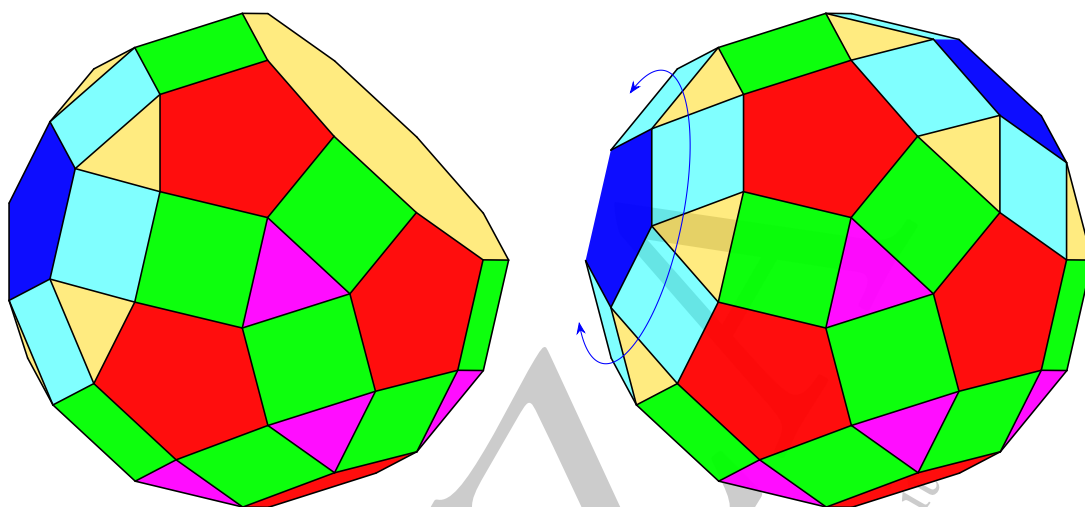


Figura 2.148: J78: *il rombosidodecaedro metagirato diminuito e il rombosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

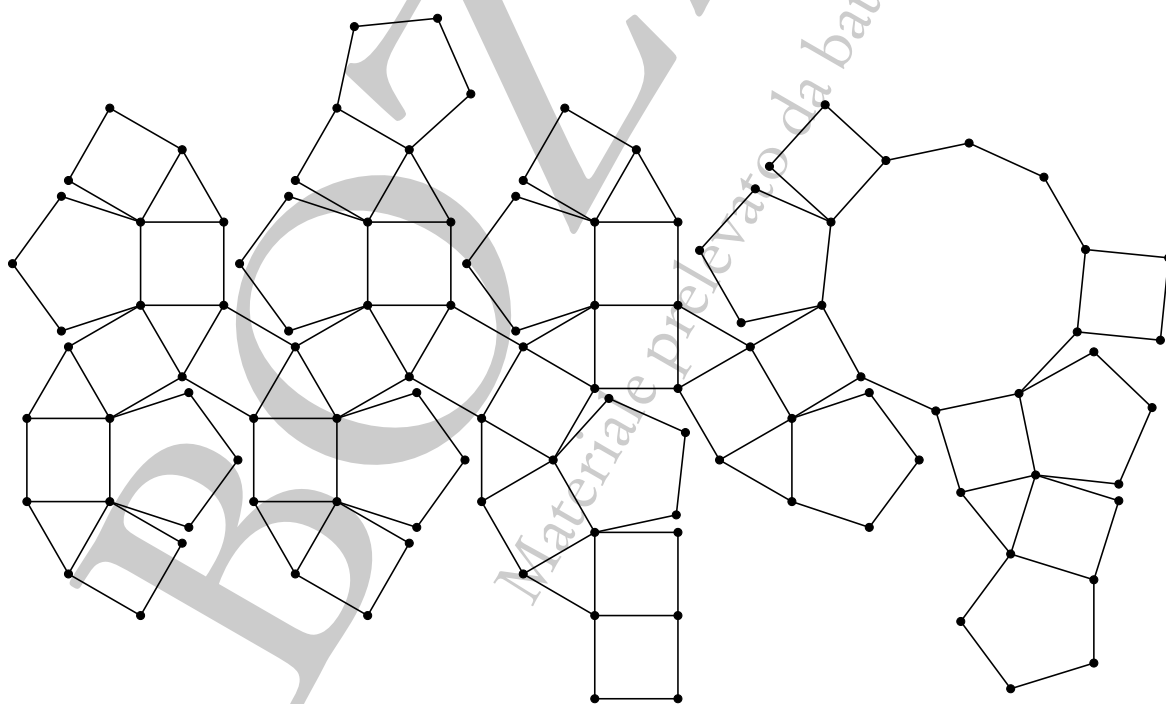


Figura 2.149: J78: *un possibile sviluppo piano del rombosidodecaedro metagirato diminuito*

2.18.8 J79: Rombicosidodecaedro bigirato diminuito

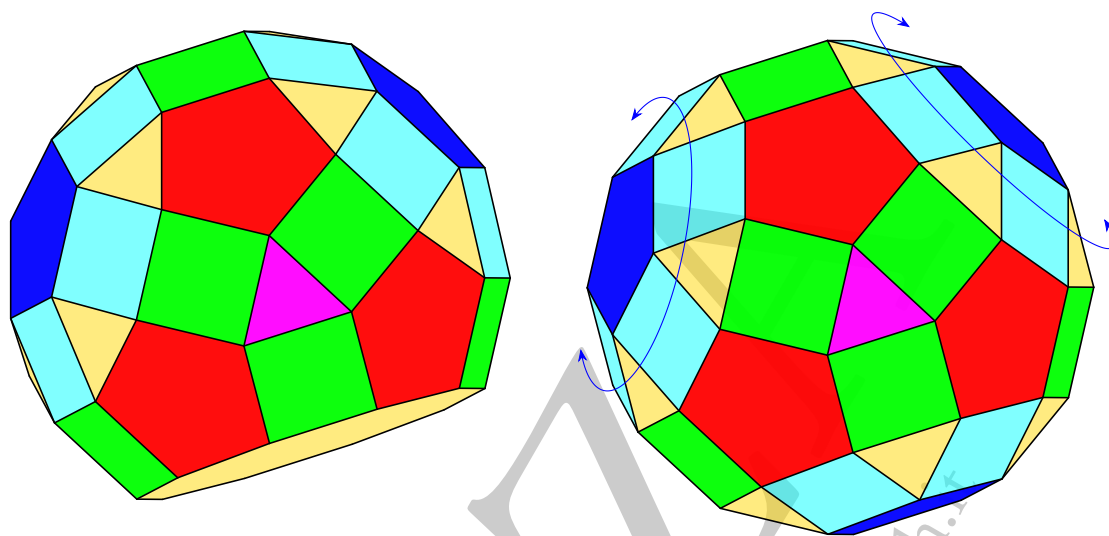


Figura 2.150: J79: *il rombicosidodecaedro bigirato diminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

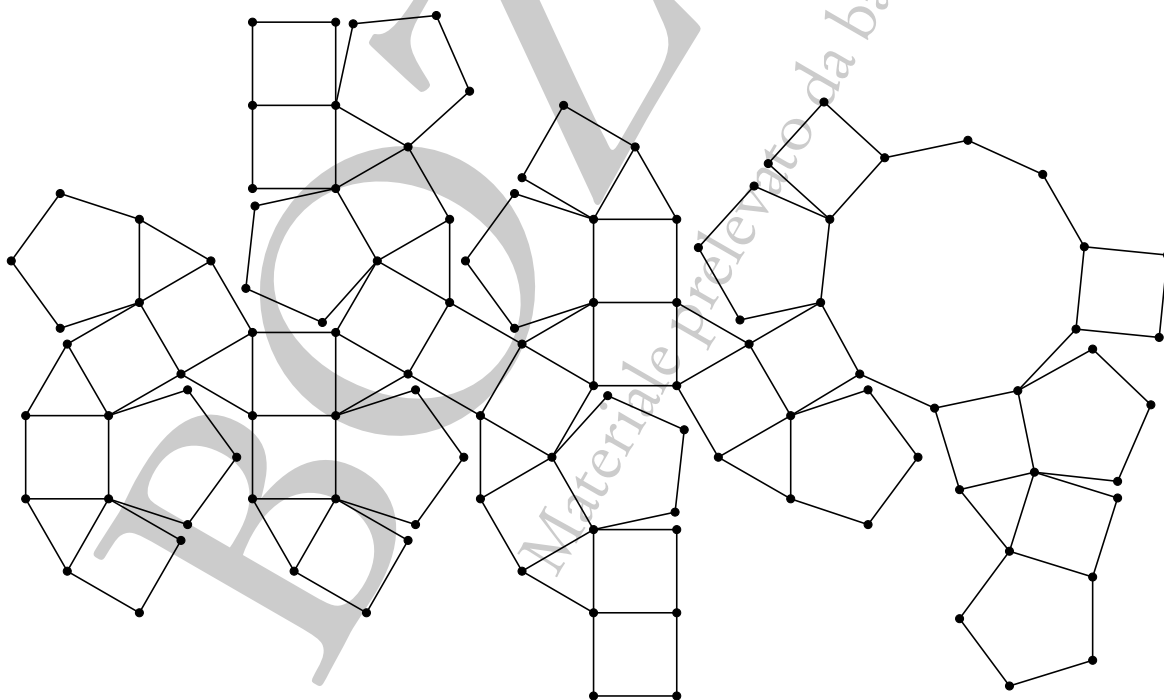


Figura 2.151: J79: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro bigirato diminuito*

## 2.18.9 J80: Rombicosidodecaedro parabidiminuito

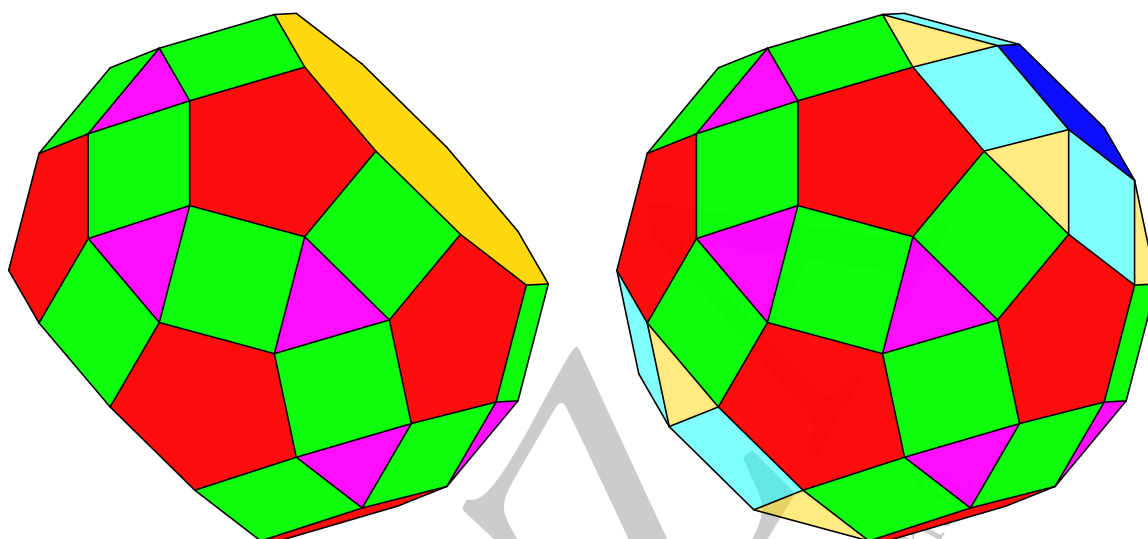


Figura 2.152: J80: *il rombicosidodecaedro parabidiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

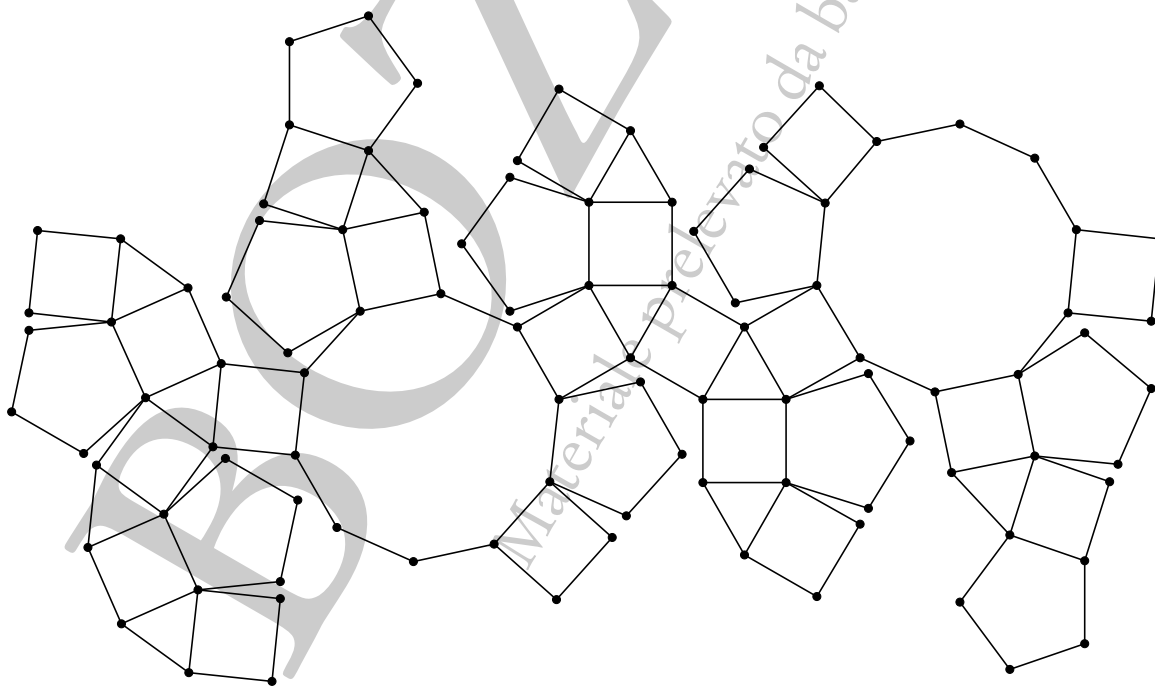


Figura 2.153: J80: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro parabidiminuito*



## 2.18.10 J81: Rombicosidodecaedro metabidiminuito

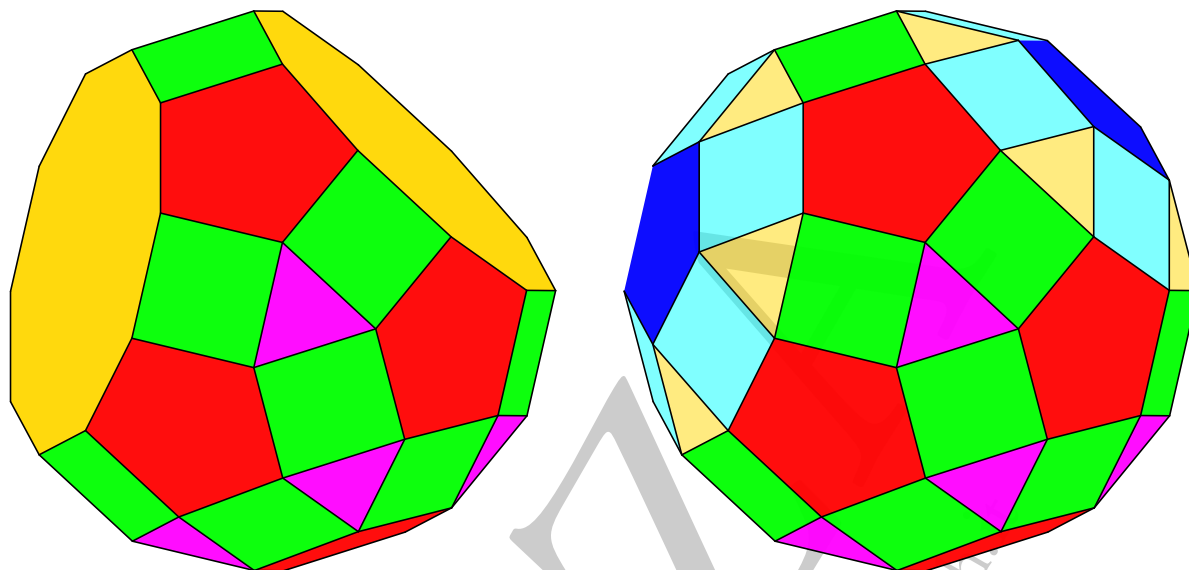


Figura 2.154: J81: *il rombicosidodecaedro metabidiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

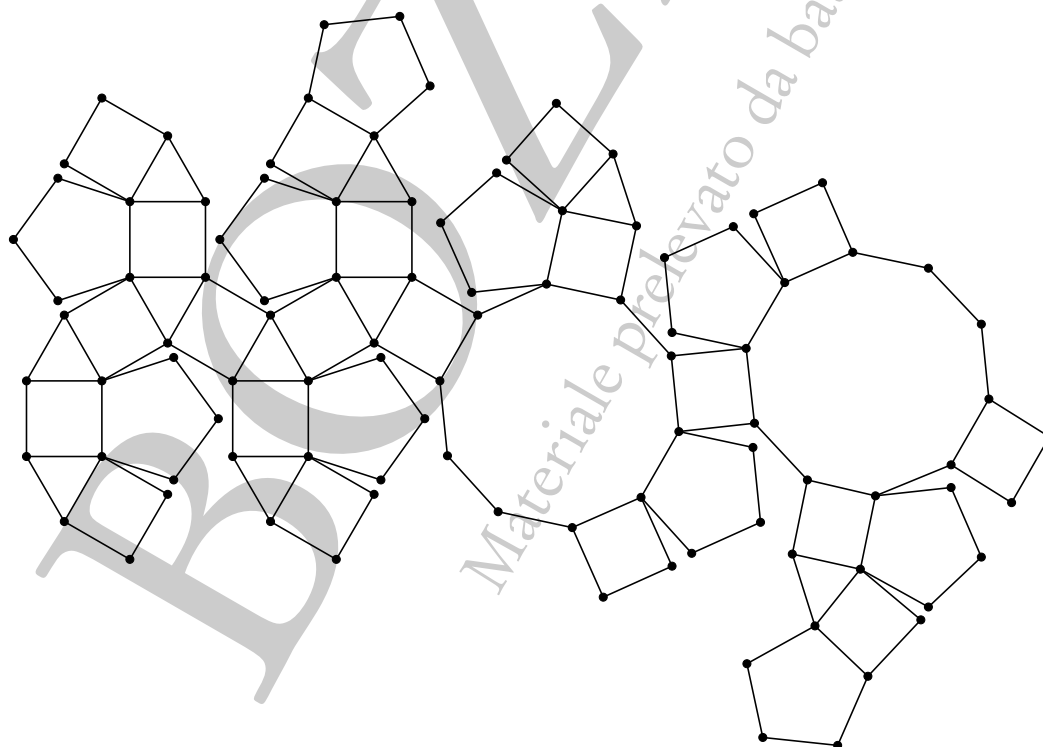


Figura 2.155: J81: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro metabidiminuito*

## 2.18.11 J82: Rombicosidodecaedro girato bidiminuito

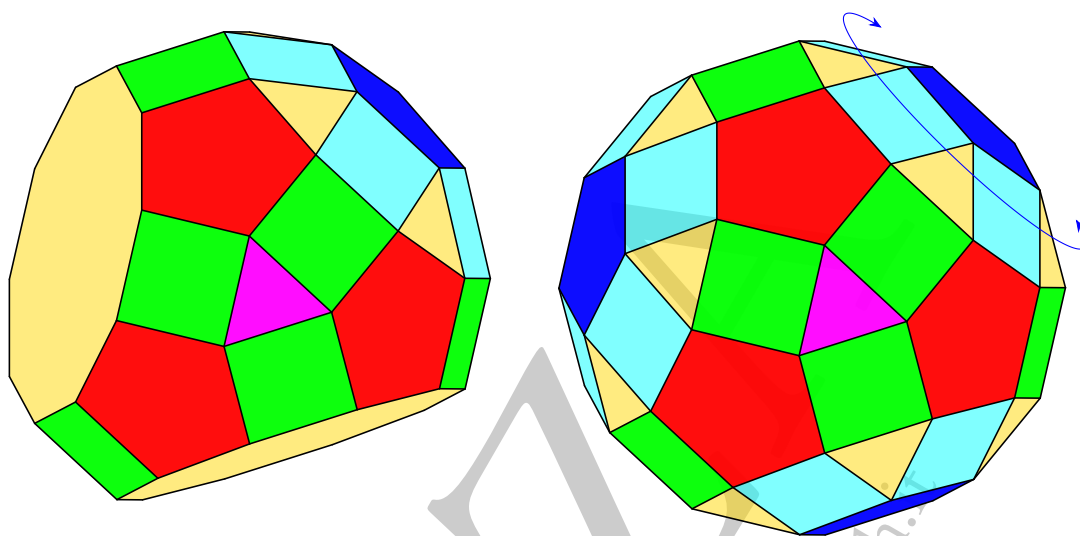


Figura 2.156: Jx: *il rombicosidodecaedro girato bidiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

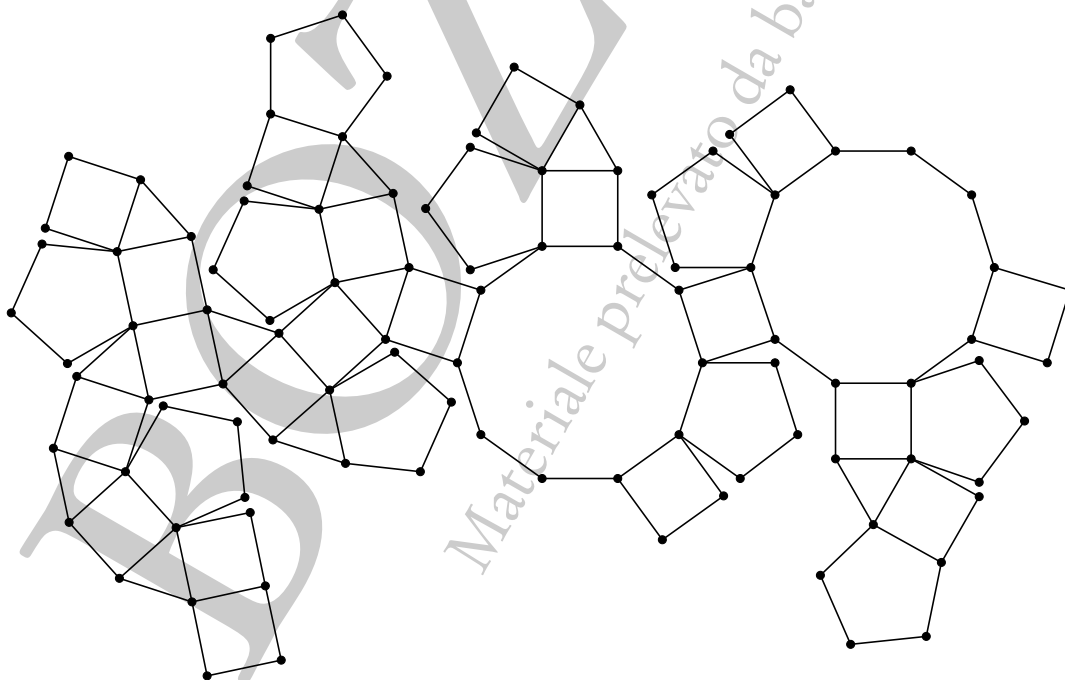


Figura 2.157: Jx: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro girato bidiminuito*

## 2.18.12 J83: Rombicosidodecaedro tridiminuito

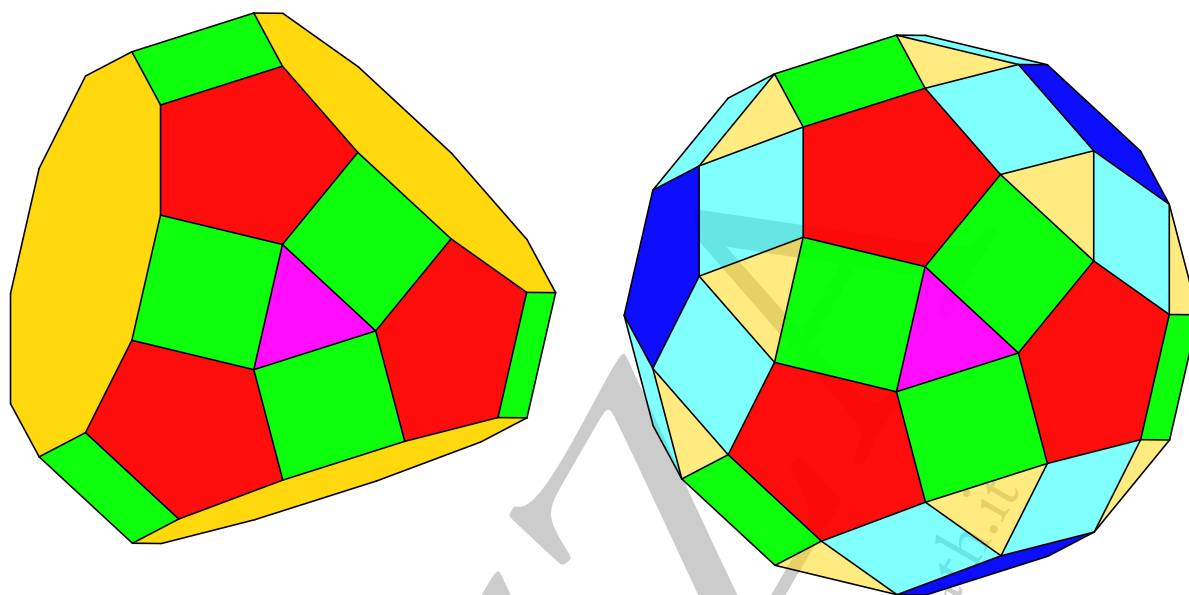


Figura 2.158: J83: *il rombicosidodecaedro tridiminuito e il rombicosidodecaedro da cui è stato ottenuto*

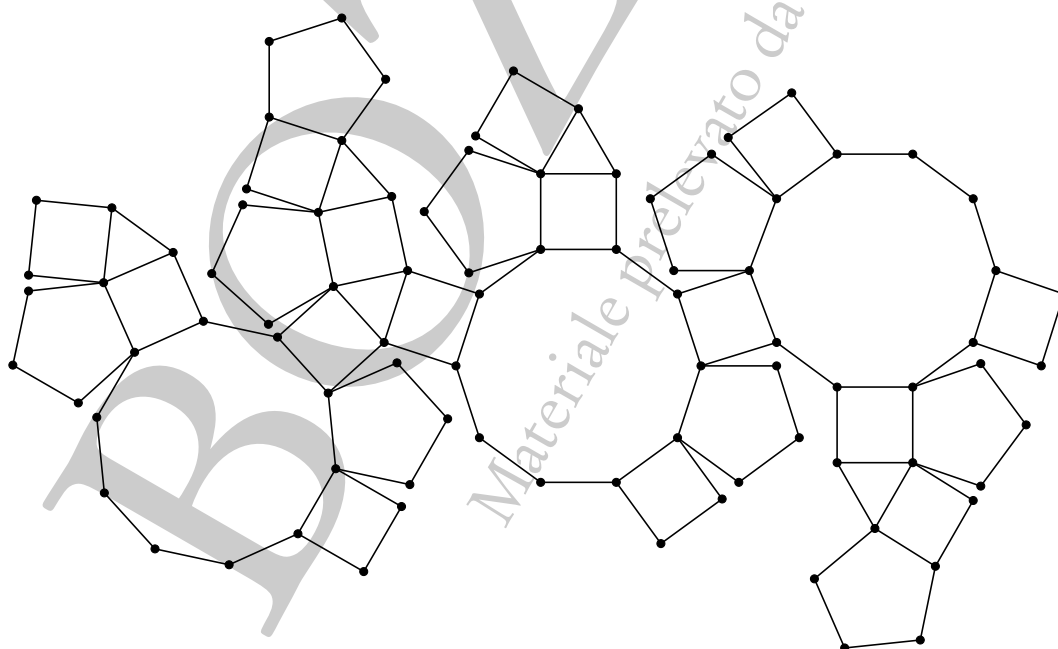


Figura 2.159: J83: *un possibile sviluppo piano del rombicosidodecaedro tridiminuito*

## 2.19 Digressione sui solidi camusi

Abbiamo già considerato, nel fascicolo sui solidi di Archimede, il cubo-ottaedro e il dodecaedro-icosaedro camusi. La tecnica adottata per costruirli è stata, in quell'occasione, quella della contrazione-rotazione a partire rispettivamente dal cubo o dall'ottaedro oppure dal dodecaedro o dall'icosaedro. Non si tratta dell'unica tecnica possibile per costruire questi solidi. Facendo per esempio riferimento al caso del cubo-ottaedro una costruzione sostanzialmente identica prevede di costruire perventivamente, per troncatura ai lati e vertici oppure per espansione, il rombicubottaedro e successivamente di ruotare le facce quadrate assiali oppure i triangoli, come mostrato nella figura 2.160, fin quando i quadrati non assiali si sdoppiano in triangoli equilateri.

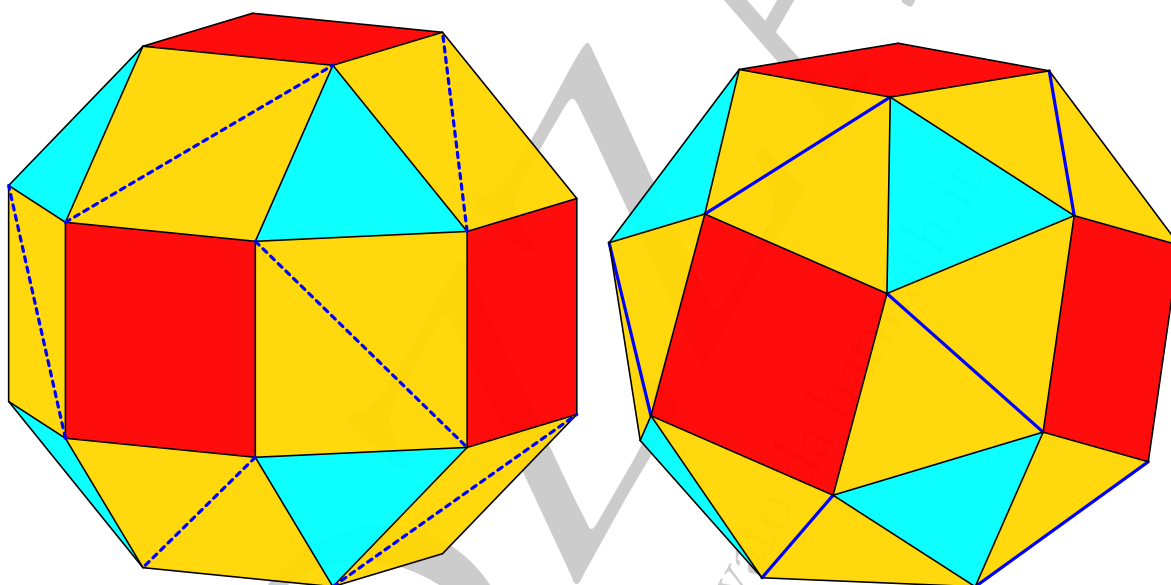


Figura 2.160: Il rombicubottaedro e il corrispondente cubo-ottaedro camuso ottenuto per rotazione di alcune facce e sdoppiamento di altre

Qui però ci interessa porre l'accento su una diversa tecnica di costruzione, che risulta estendibile anche a situazioni più complesse e, per quanto interessa i solidi di Johnson, agli antiprismi. L'idea è dovuta al grande geometra Harold Scott MacDonald Coxeter. Senza entrare nei dettagli, la illustriamo ancora una volta per il caso del cubo camuso, riservandoci di applicarla alla costruzione di due solidi topologicamente equivalenti a due solidi di Johnson.

Poiché, come più volte osservato, il cubo camuso e l'ottaedro camuso sono lo stesso poliedro, l'idea di Coxeter è quella di partire come "seme" dal cubottaedro e di procedere a due successive operazioni: una troncatura ai vertici e successivamente una "alternanza" dei vertici.

In realtà nel caso del cubottaedro la troncatura ai vertici, come sappiamo, non produce un solido archimedeo, in quanto i poligoni ottenuti dalla troncatura non sono quadrati ma rettangoli. Tuttavia il solido che si ottiene e che correttamente dovrebbe essere chiamato *cubottaedro troncato*, è topologicamente equivalente al solido di Archimede noto come grande rombicubottaedro e che, spesso, è conosciuto proprio come cubottaedro troncato a causa della sua identica struttura dal punto di vista topologico.

Nella costruzione che proponiamo partiremo direttamente dal grande rombicubottaedro: il cubottaedro camuso si ottiene da esso scegliendo 24 dei suoi 48 vertici, come mostrato nella figura 2.161. Come si può constatare direttamente dalla stessa figura, ancora una volta non si ottiene esattamente un poliedro semiregolare, ma un poliedro ad esso topologicamente equivalente, in quanto i triangoli ottenuti dal processo di “levigatura” non sono equilateri: per ottenere il cubo camuso archimedeo si dovrà poi procedere ad una deformazione.

Si noti come, alternando i vertici, il numero dei vertici di ciascun poligono si dimezza: i quadrati diventano digoni, gli esagoni triangoli, gli ottagoni quadrati.

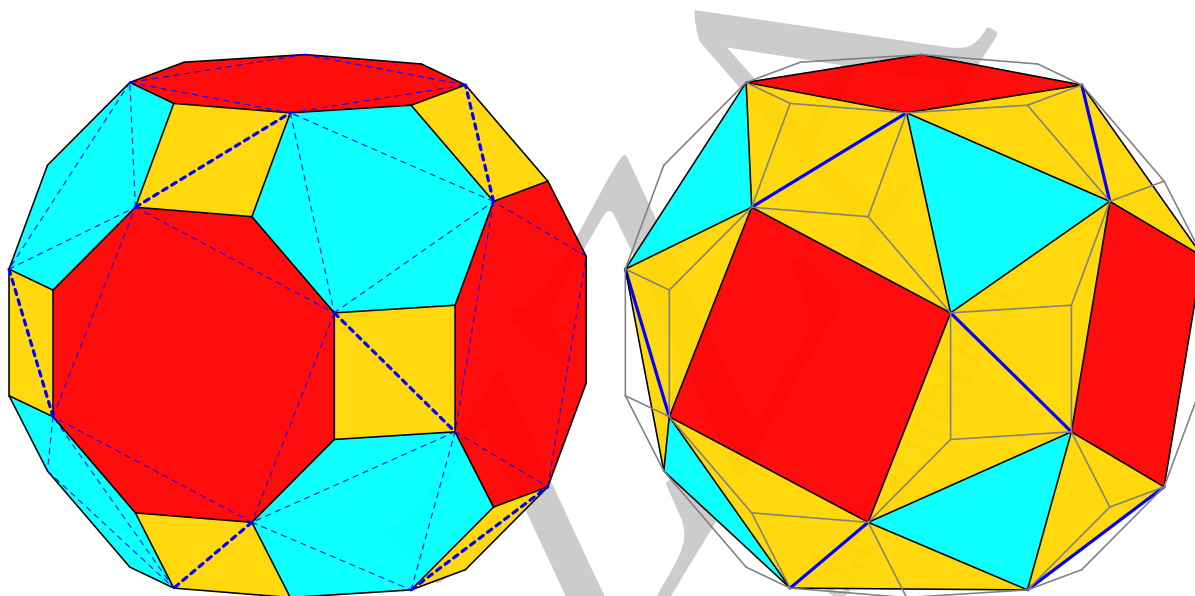


Figura 2.161: *Il grande rombicubottaedro (cubottaedro troncato) e il cubo camuso non uniforme che si ottiene alternando i vertici*

Un applicazione interessante di questa tecnica di *troncatura-alternanza* è al caso degli antiprismi: ne mostriamo una applicazione nel caso dell’antiprisma triangolare (ovvero dell’ottaedro regolare) nelle figure 2.162 e 2.163. Alternando i vertici dell’antiprisma triangolare troncato (cioè dell’ottaedro troncato) si ottiene un poliedro topologicamente equivalente all’icosaedro, anche se non si tratta di un poliedro uniforme perché le facce non sono tutte regolari in quanto i triangoli originati dal processo di “levigatura” non sono equilateri, ma isosceli; per ottenere il corrispondente solido platonico si deve procedere ad una deformazione, esattamente come per il cubo camuso ottenuto dal cubottaedro troncato.

Una osservazione importante a proposito dei solidi camusi è quella relativa alla chiralità. Come già sappiamo sia il cubo che il dodecaedro camusi sono chirali: i due solidi “speculari” diversi si ottengono a seconda di quale successione di vertici alternati si sceglie. Non sempre però i solidi ottenuti sono chirali e questo succede in particolare per gli antiprismi, anche se qui non entriamo nei dettagli del perché.

Vedremo, nel prossimo paragrafo 2.20, come l’applicazione di questa tecnica giustifichi i nomi dati ai due prossimi solidi di Johnson, precisamente al disfenoide camuso (J84) e all’antiprisma quadrato camuso (J85).

Il primo di questi due solidi è particolarmente interessante perché la sua costruzione come solido camuso richiede di partire dal tetraedro considerato come antiprisma, precisamente come “antiprisma

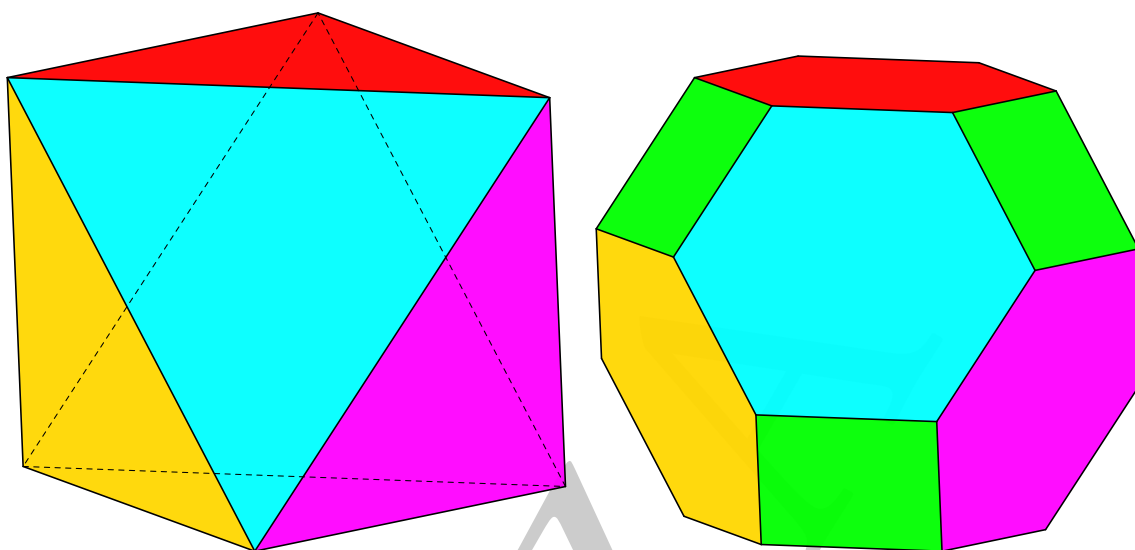


Figura 2.162: L'antiprisma triangolare (ottaedro) e sua troncatura ai vertici (ottaedro troncato)

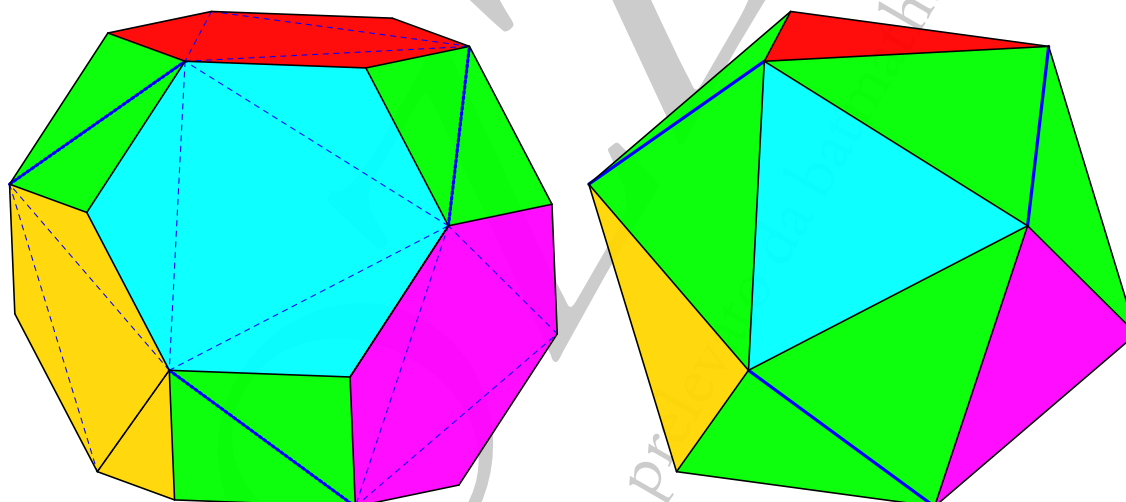


Figura 2.163: Schema dell'alternanza dei vertici nell'ottaedro troncato e icosaedro non uniforme da esso ottenuto

digonale”, argomento che abbiamo già discusso nel fascicolo sui poliedri semiregolari: due dei suoi spigoli opposti devono essere considerati non come degli spigoli, ma come dei “poligoni a due lati” sovrapposti, detti appunto “digoni”. Visto in questo modo il tetraedro può essere considerato come un *doppio cuneo* ed è per questo motivo chiamato anche *disfenoide* (in greco σφηνοειδής significa appunto *simile a cuneo*).

Prima di concludere questa digressione sui solidi camusi è opportuno segnalare che usando come seme un antiprisma pentagonale si ottiene con la tecnica che abbiamo illustrato un solido concavo, che dunque non può rientrare tra i solidi di Johnson. Lo stesso succede con antiprismi a base esagonale, eptagonale, ecc.

## 2.20 Antiprismi camusi

## 2.20.1 J84: Disfenoide camuso

Il primo dei due solidi di Johnson *camusi* si ottiene, come già detto, a partire dall'antiprisma digonale detto, in questa proiezione, disfenoide. Il solido che si ottiene è un deltaedro a facce regolari, precisamente un dodecaedro.

Esso è anche noto con il nome di *dodecaedro siamese*, nome assegnatogli da Hans Freudenthal e Bartel Leendert van der Waerden in un articolo del 1947 dove descrivevano gli otto deltaedri convessi.

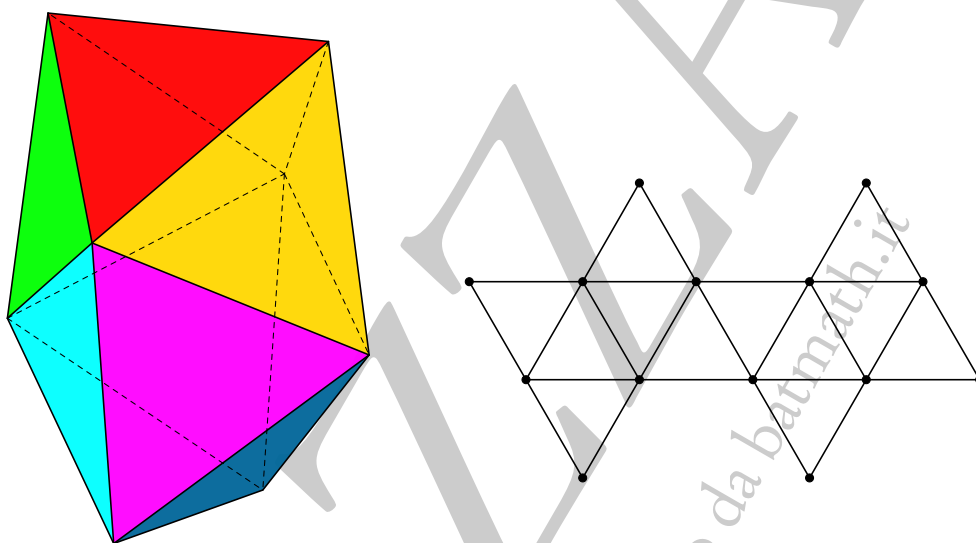


Figura 2.164: J84: *il disfenoide camuso e un suo possibile sviluppo piano*

Di seguito la costruzione del disfenoide camuso come antiprisma digonale troncato alternato.

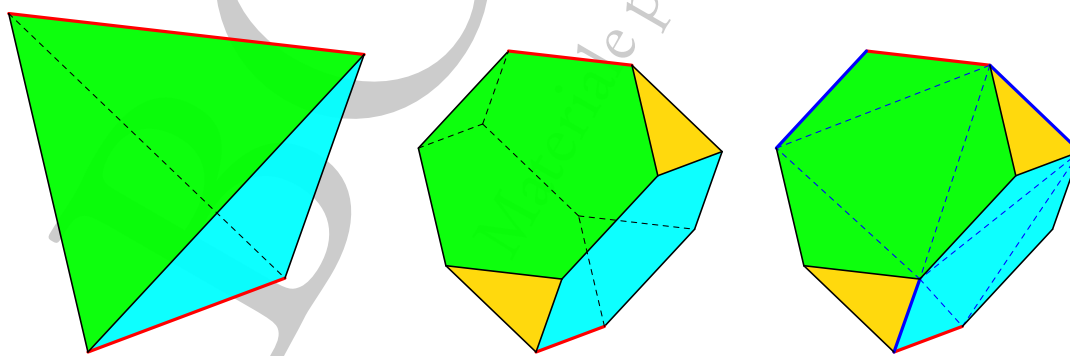


Figura 2.165: J84: *costruzione di un disfenoide camuso a partire dal disfenoide troncato: il disfenoide, a sinistra, il disfenoide troncato, al centro, lo schema dell'alternanza dei vertici, a destra*

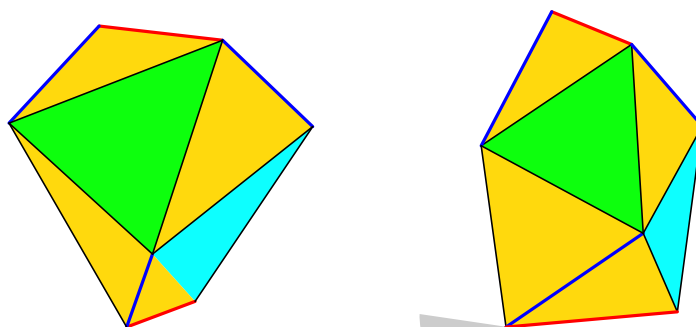


Figura 2.166: J84: il disfenoide camuso a facce non regolari costruito dal disfenoide troncato e il disfenoide camuso a facce regolari, ottenuto per deformazione

Le figure 2.167, 2.168 e 2.169 illustrano una diversa tecnica per costruire direttamente il disfenoide camuso a facce regolari a partire dal tetraedro.

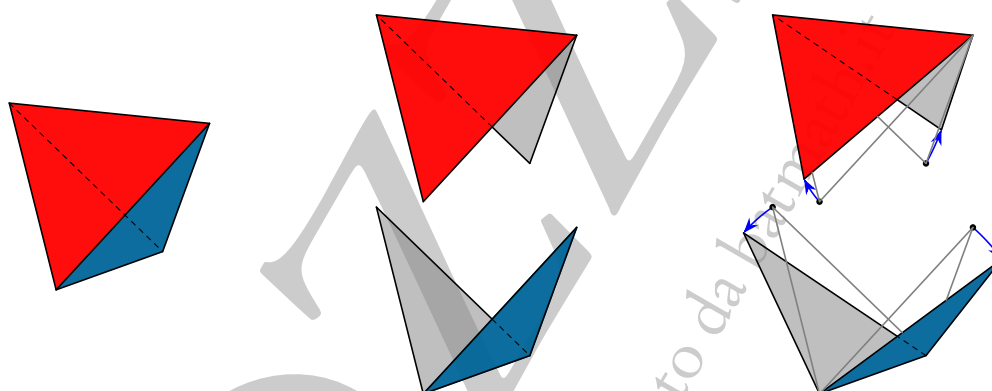


Figura 2.167: J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da un tetraedro: il tetraedro base o disfenoide, a sinistra, la sua separazione in due parti con traslazione, al centro, e successiva rotazione, a destra

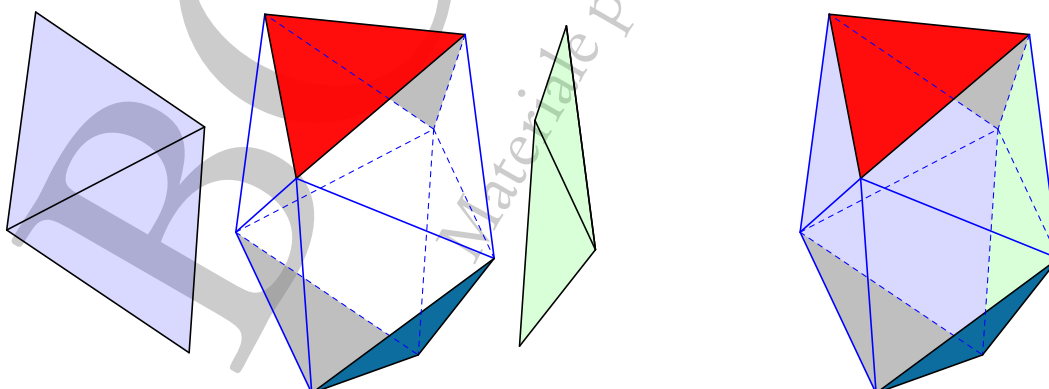


Figura 2.168: J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da un tetraedro: le prime due coppie di triangoli in sostituzione di due spigoli del disfenoide, a sinistra, e loro inserimento, a destra



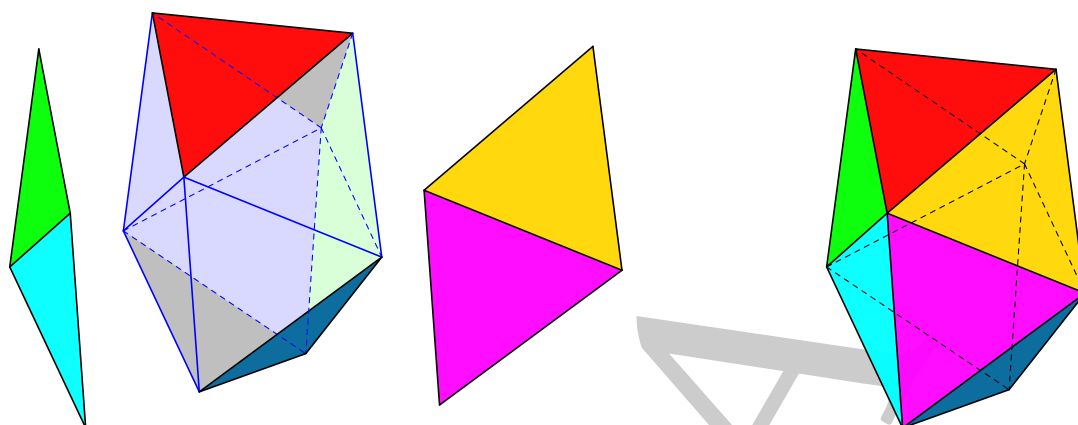


Figura 2.169: J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da un tetraedro: le due coppie di triangoli in sostituzione degli altri due spigoli del disfenoide, a sinistra, e loro inserimento, a destra

Una ulteriore tecnica costruttiva del disfenoide è quella illustrata nella figura 2.170, a partire da due piramidi pentagonali.

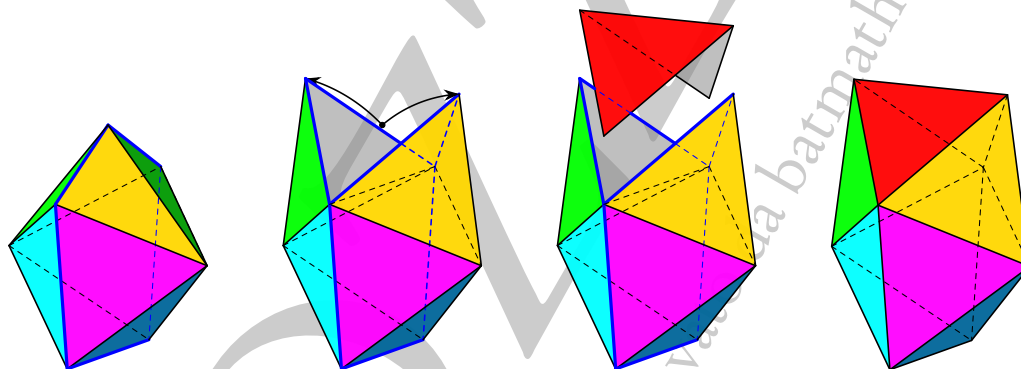


Figura 2.170: J84: costruzione del disfenoide camuso a partire da due piramidi pentagonali: le due piramidi pentagonali appaiate, a sinistra, loro deformazione mediante parziale rotazione, inserimento di due triangoli equilateri, e figura complessiva, a destra

Infine una costruzione veloce, a partire dall'antiprisma quadrato, è illustrata nella figura 2.171.

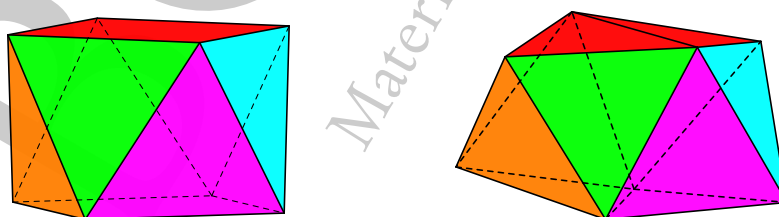


Figura 2.171: J84: un sistema rapido per costruire il disfenoide camuso a partire dall'antiprisma quadrato: a destra l'antiprisma, a sinistra il disfenoide camuso ottenuto per divisione delle basi quadrate e successiva deformazione per ottenere triangoli tutti equilateri

## 2.20.2 J85: Antiprisma quadrato camuso

Detto anche *antiprisma panciuto*, nome chiaramente giustificato dalla forma.

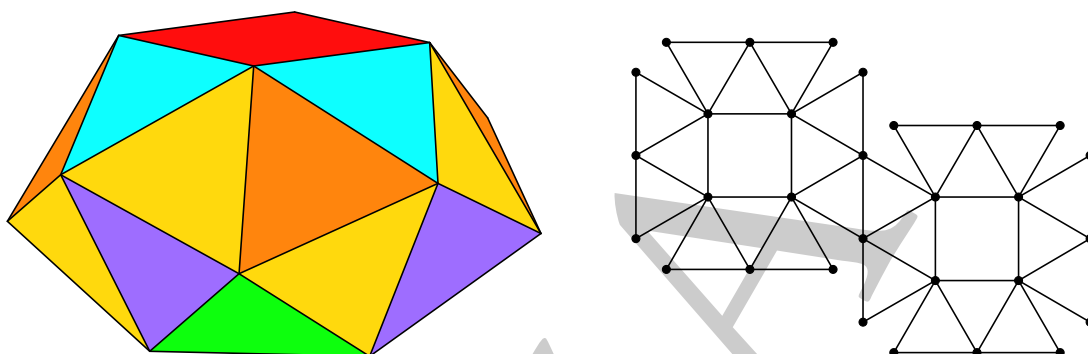


Figura 2.172: J85: *l'antiprisma quadrato camuso e un suo possibile sviluppo piano*

La costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire dall'antiprisma quadrato è illustrata nelle figure 2.173, 2.174 e 2.175.

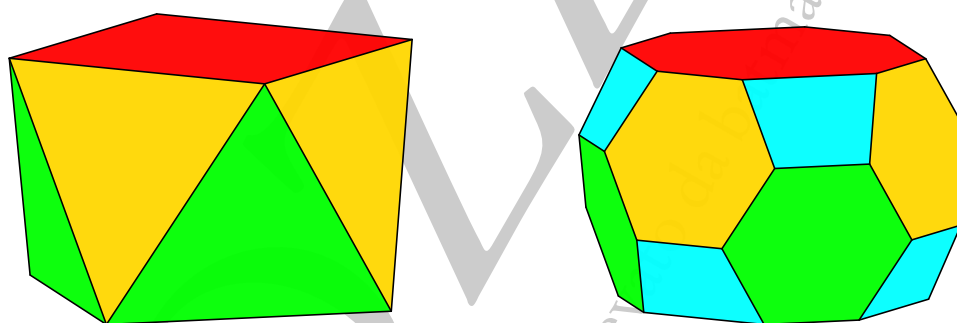


Figura 2.173: J85: *costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire dall'antiprisma quadrato troncato: l'antiprisma quadrato, a sinistra, e l'antiprisma quadrato troncato, a destra*

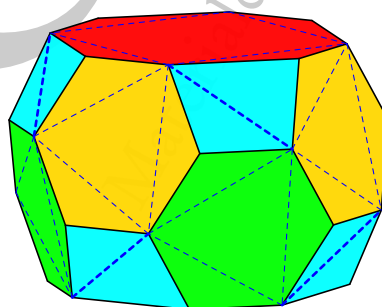


Figura 2.174: J85: *costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire dall'antiprisma quadrato troncato: lo schema dell'alternanza dei vertici*

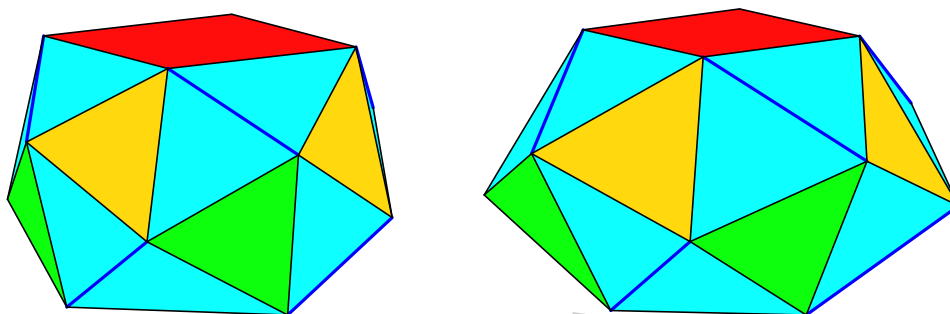


Figura 2.175: J85: l'antiprisma quadrato camuso a facce non regolari costruito dall'antiprisma quadrato troncato e l'antiprisma quadrato camuso a facce regolari, ottenuto per deformazione

Un diverso schema costruttivo, sempre a partire dall'antiprisma quadrato, è illustrato nelle figure 2.176 e 2.177. La costruzione è simile a quella usata per il disenoide camuso.

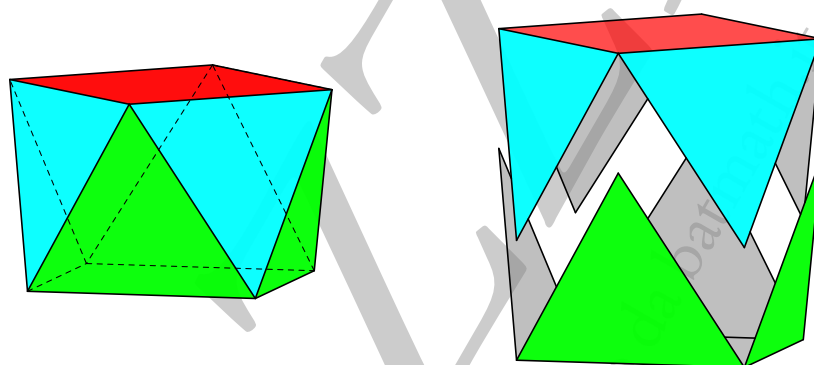


Figura 2.176: J85: costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire da un antiprisma quadrato: l'antiprisma base, a sinistra, e la sua separazione in due parti con traslazione, a destra

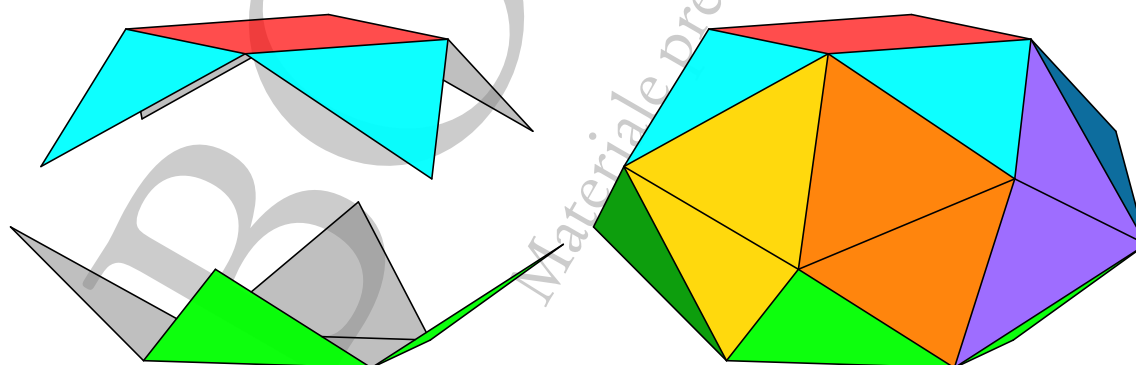


Figura 2.177: J85: costruzione dell'antiprisma quadrato camuso a partire da un antiprisma quadrato: rotazione parziale dei triangoli superiori e inferiori, a sinistra, e inserimento di coppie di triangoli equilateri, a destra

## 2.21 Altri solidi

## 2.21.1 J86: Sfenocorona

Johnson nel suo articolo originale introduce la denominazione di *lunula* per indicare il complesso costituito da un quadrato con due triangoli equilateri incollati a due suoi lati opposti, come mostrato nella figura 2.180 di sinistra. Successivamente l'unione di due "lunule", come mostrato nella figura 2.180 al centro, costituisce una specie di cuneo, da cui il prefisso *sfero*, dal greco σφηνος. Il suffisso *corona* indica un complesso, proprio a forma di corona, di otto triangoli equilateri, come mostrato nella figura 2.180 a destra. La sfenocorona è proprio costruita utilizzando questo cuneo e questa corona.

Una costruzione alternativa della sfenocorona è mostrata nella figura 2.181, mentre la figura 2.182 illustra una possibile interpretazione di questo solido come "paniere", mediante soppressione di due triangoli equilateri, il cui spigolo comune serve da manico.

Questo solido è gli altri che lo seguono nella numerazione di Johnson non sono ottenuti per "taglia e incolla" da solidi platonici o archimedeei, e nemmeno con il processo di "levigatura" come i due solidi camusi.

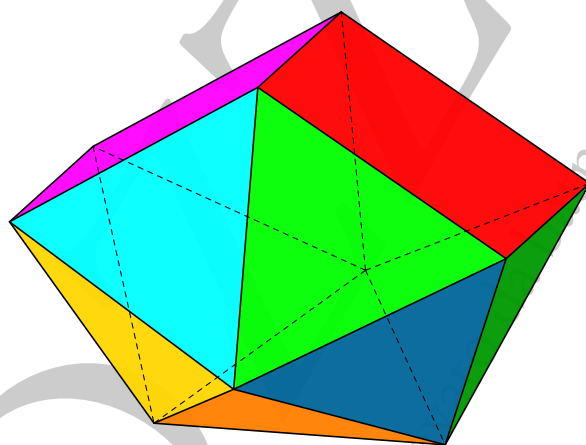


Figura 2.178: J86: la sfenocorona

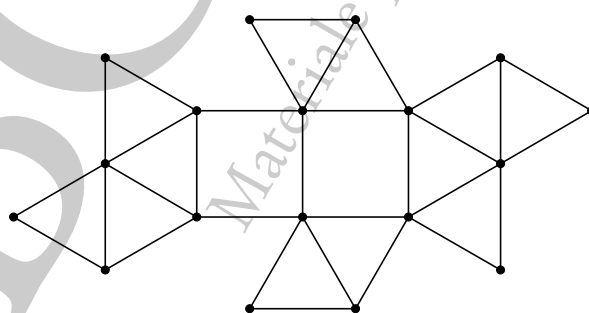


Figura 2.179: J86: un possibile sviluppo piano della sfenocorona

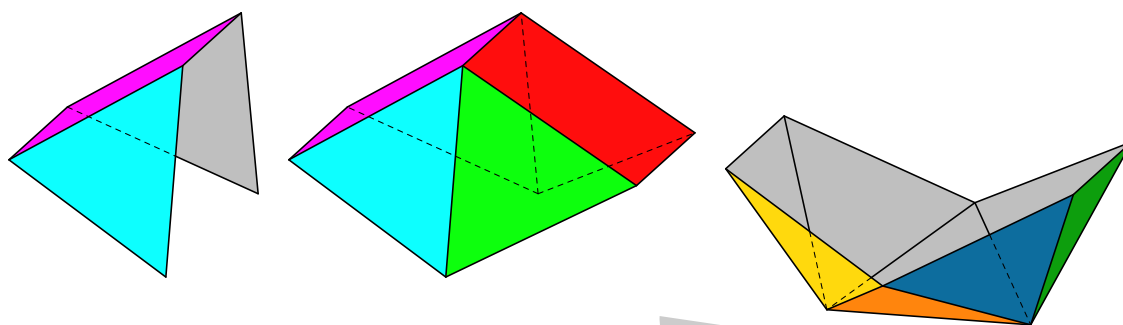


Figura 2.180: J86: una "lunula" secondo la definizione di Johnson, due lunule adiacenti a formare una specie di cuneo e una "corona" di 8 triangoli equilateri

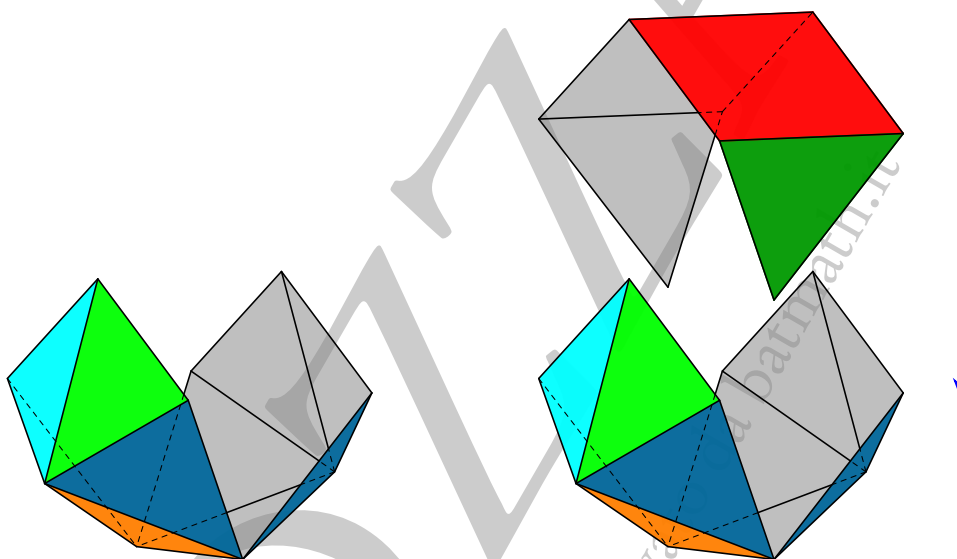


Figura 2.181: J86: costruzione della sfenocorona a partire da due piramidi pentagonali distorte appaiate e una "bocca" con due quadrati e due triangoli equilateri

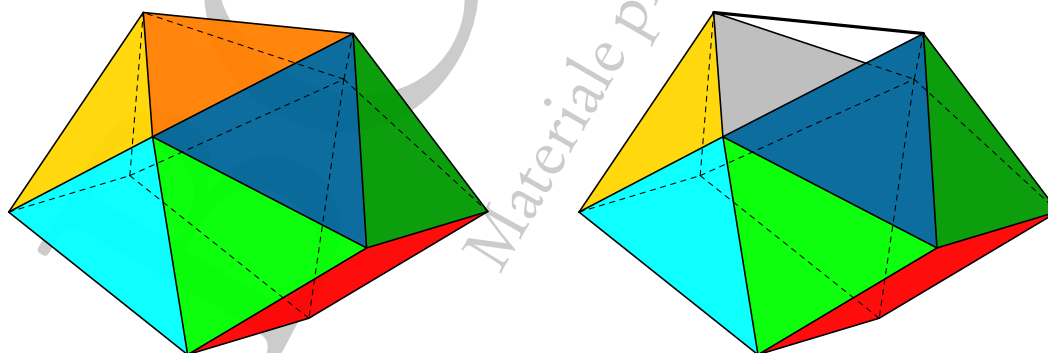


Figura 2.182: J86: la sfenocorona vista come "paniere"

## 2.21.2 J87: Sfenocorona aumentata

Come suggerisce il nome, la sfenocorona aumentata è costruita aumentando una sfenocorona, ovvero aggiungendo una piramide a base quadrata ad una delle due facce quadrate della sfenocorona.

È l'unico poliedro di Johnson ottenuto mediante "taglia e incolla" da altri poliedri che non siano solo prismi, piramidi, o parti di solidi platonici o Archimedei.

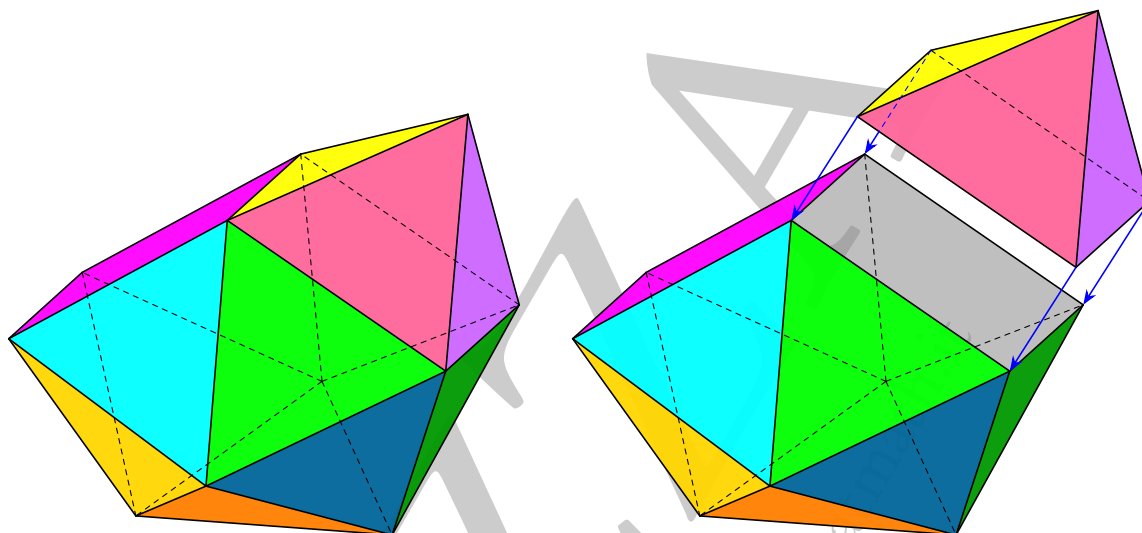


Figura 2.183: J87: la sfenocorona aumentata e sua costruzione mediante una sfenocorona e una piramide quadrata

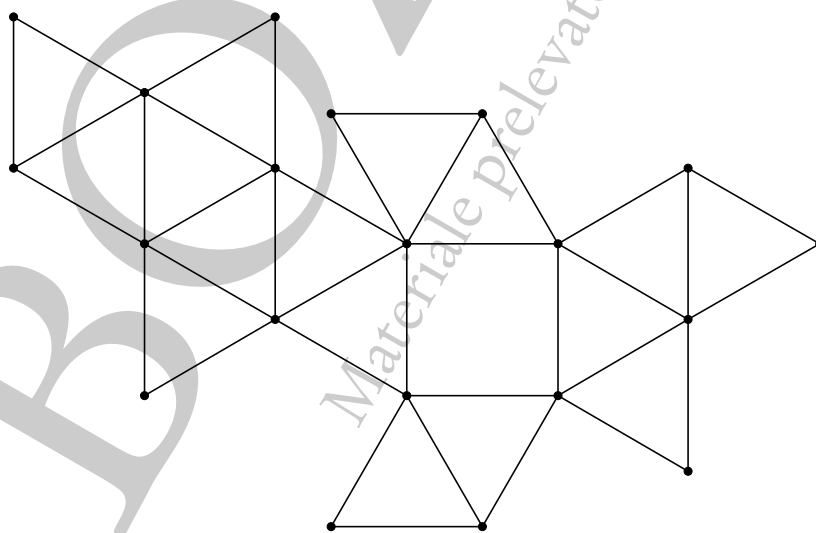


Figura 2.184: J87: un possibile sviluppo piano della sfenocorona aumentata

## 2.21.3 J88: Sfenomegacorona

Questo solido è costruito con la stessa tecnica della sfenocorona, ovvero mediante l'unione di due lunule (con un angolo più acuto di quello presente nella sfenocorona) a cui si aggiunge una *megacorona* formata da 12 triangoli equilateri anziché 8. I componenti sono mostrati nella figura 2.187.

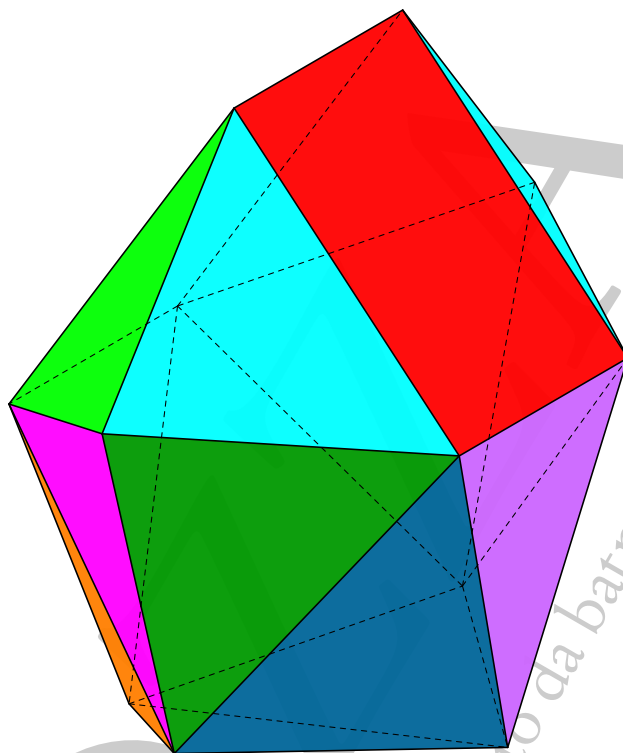


Figura 2.185: J88: la sfenomegacorona

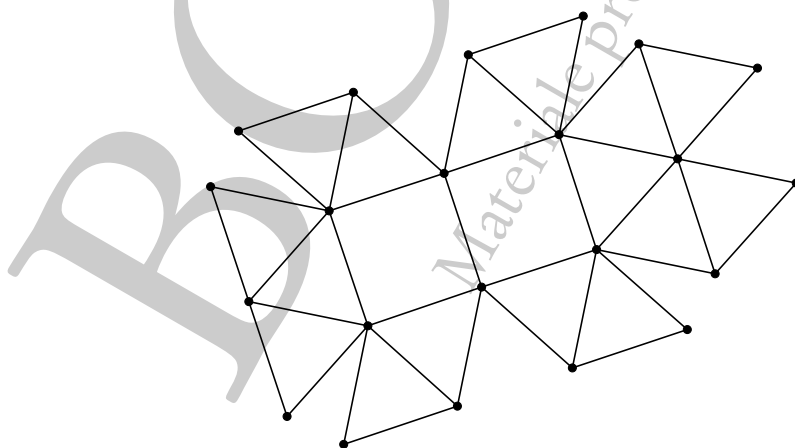


Figura 2.186: J88: un possibile sviluppo piano della sfenomegacorona

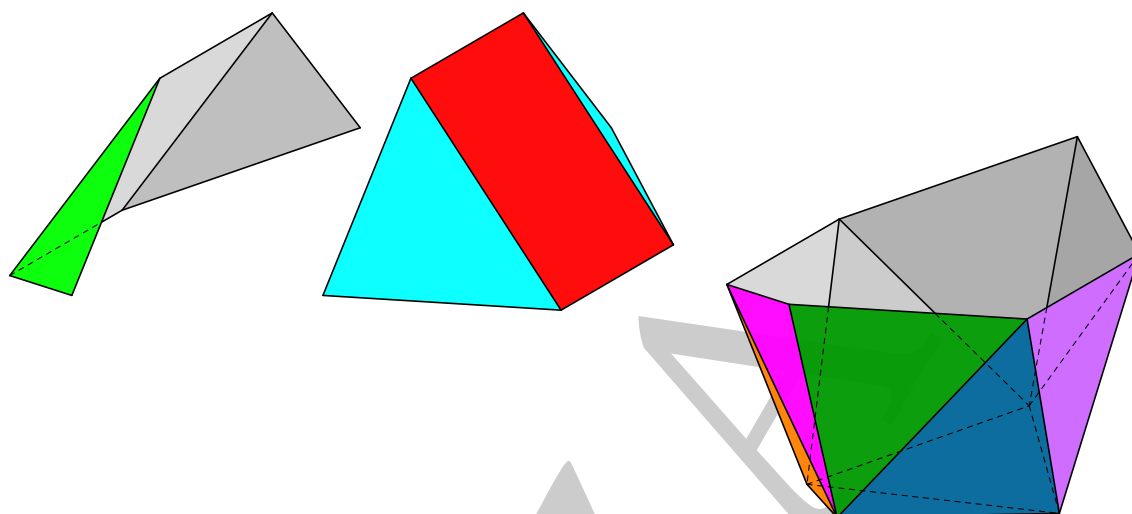


Figura 2.187: J88: le due lunule che compongono il cuneo e la megacorona di 12 triangoli utilizzate per costruire la sfenomegacorona

La figura 2.188, illustra una possibile interpretazione della sfenomegacorona come “barca”, mediante soppressione delle due lunule e utilizzo dei loro spigoli comuni come “alberi” o “strutture portanti per le vele”. Questa visualizzazione è anche utile per evidenziare al meglio la struttura del solido in esame.

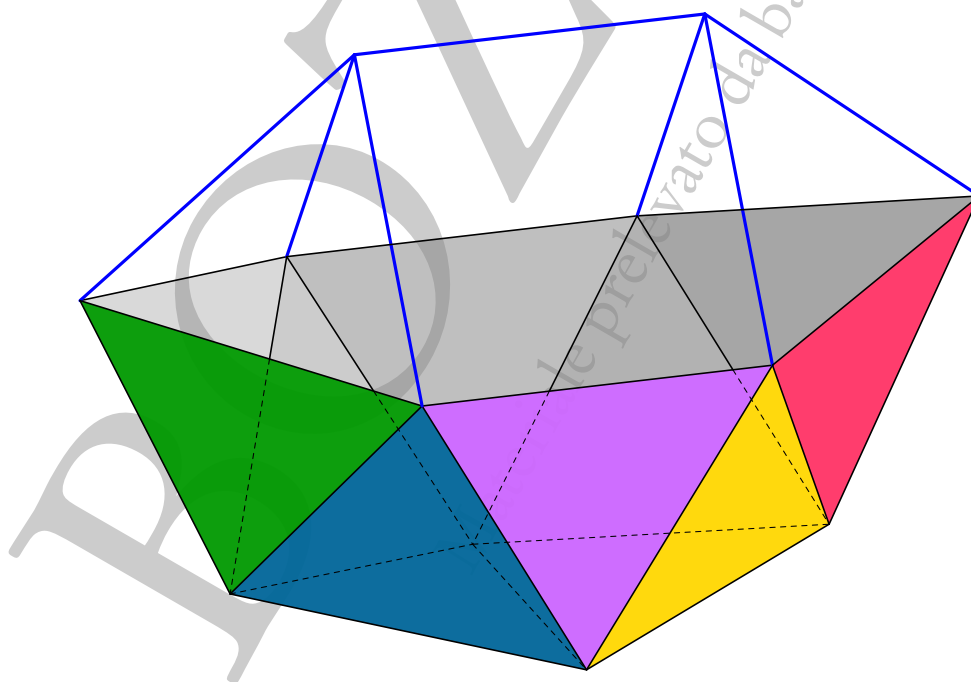


Figura 2.188: J88: la sfenomegacorona vista come “barca”, anche con lo scopo di evidenziarne la struttura



## 2.21.4 J89: Ebesfenomegacorona

L'ebesfenomegacorona è costruita inserendo una terza lunula tra le due della sfenomegacorona: si ottiene così una specie di “cuneo smussato”, rispetto al cuneo della sfenomegacorona. Il prefisso deriva da latino *hebes*, nel senso di *spuntato*. La megacorona è sempre costituita da 12 triangoli equilateri, come nella sfenocorona.

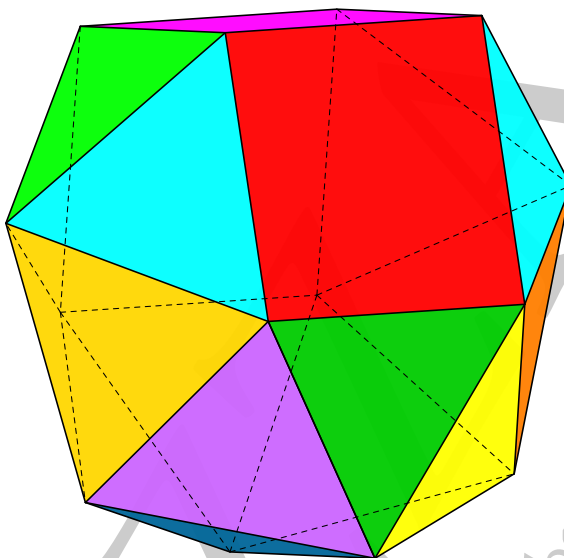


Figura 2.189: J89: l'ebesfenomegacorona

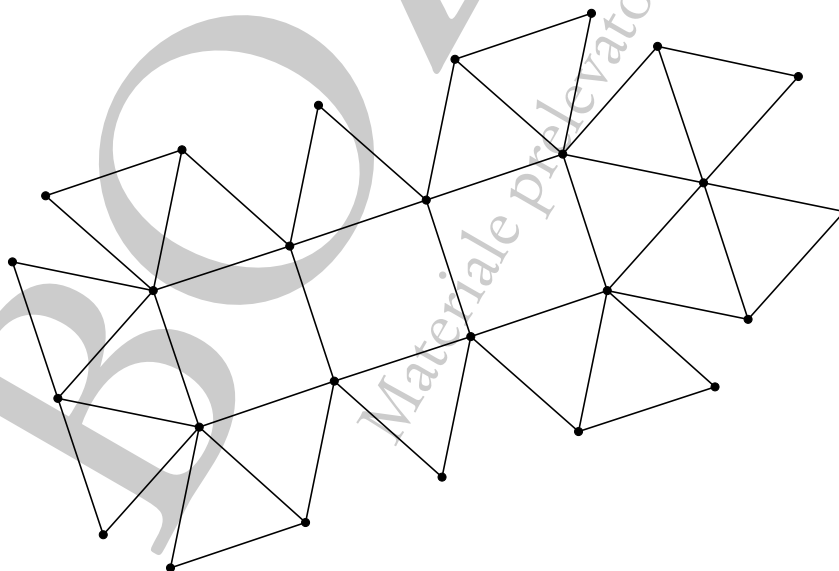


Figura 2.190: J89: un possibile sviluppo piano dell'ebesfenomegacorona

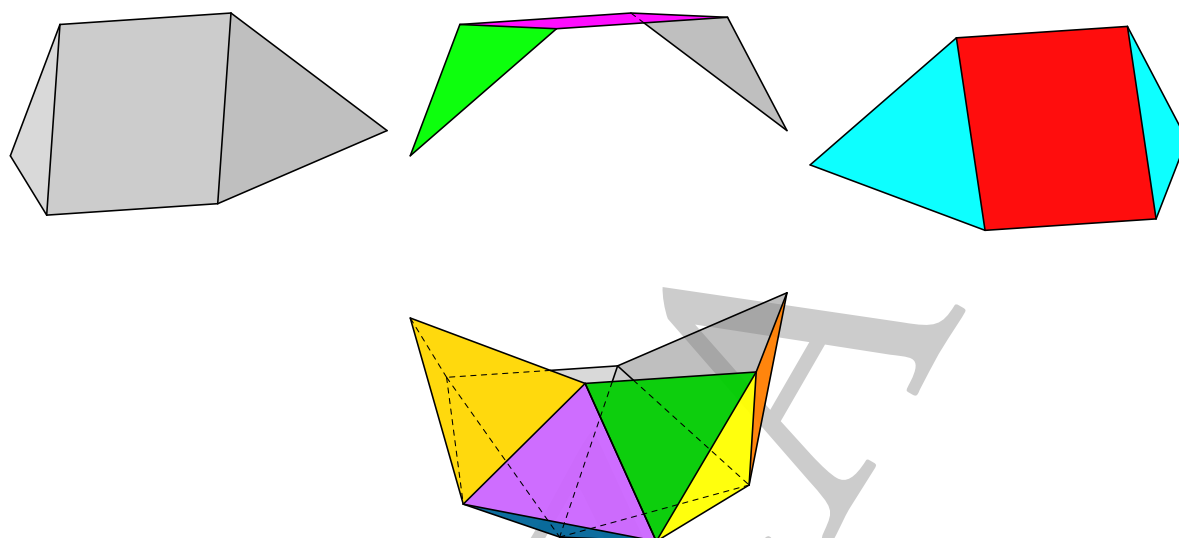


Figura 2.191: J89: le tre lunule che costituiscono il “cuneo smussato”, in alto, e la megacorona di 12 triangoli, in basso, utilizzate per costruire l’ebesfenocorona

La figura 2.192 evidenzia la struttura dell’ebesfenomegacorona, con soppressione del “cuneo smussato” costituito dalle tre lunule, mantenendo gli spigoli comuni.

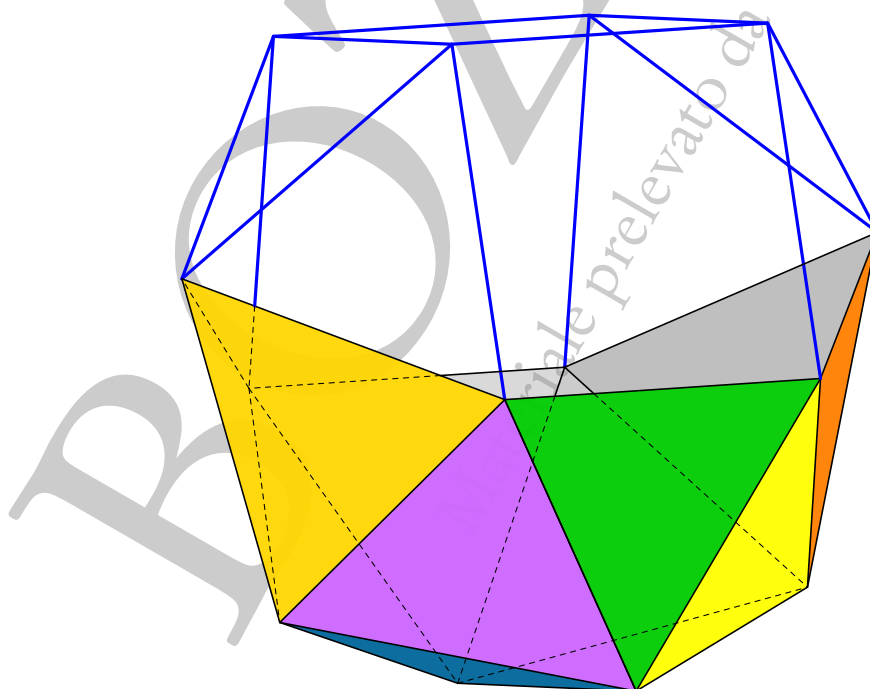


Figura 2.192: J89: evidenziazione della struttura dell’ebesfenomegacorona mediante soppressione del “cuneo smussato”

## 2.21.5 J90: Disfenocingolo

Il disfenocingolo è ottenuto considerando due “cunei” costituiti da due lunule ciascuno, ruotati di  $90^\circ$  uno rispetto all’altro e con l’inserimento tra i due di un *cingolo*, o cintura di 12 triangoli.

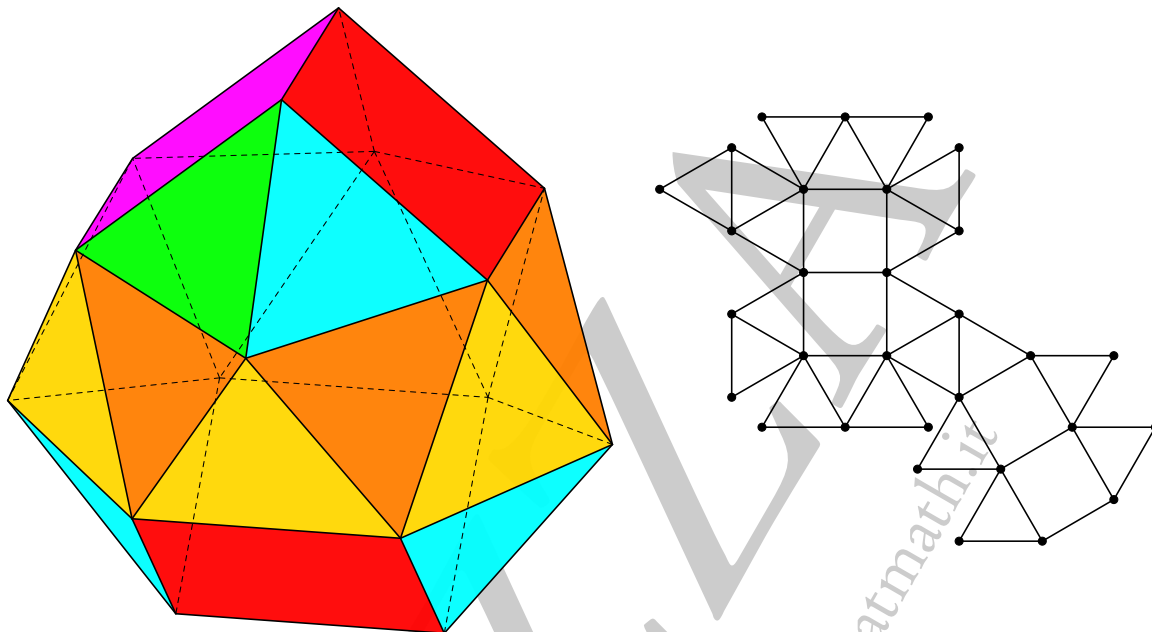


Figura 2.193: J90: il disfenocingolo e un suo possibile sviluppo piano

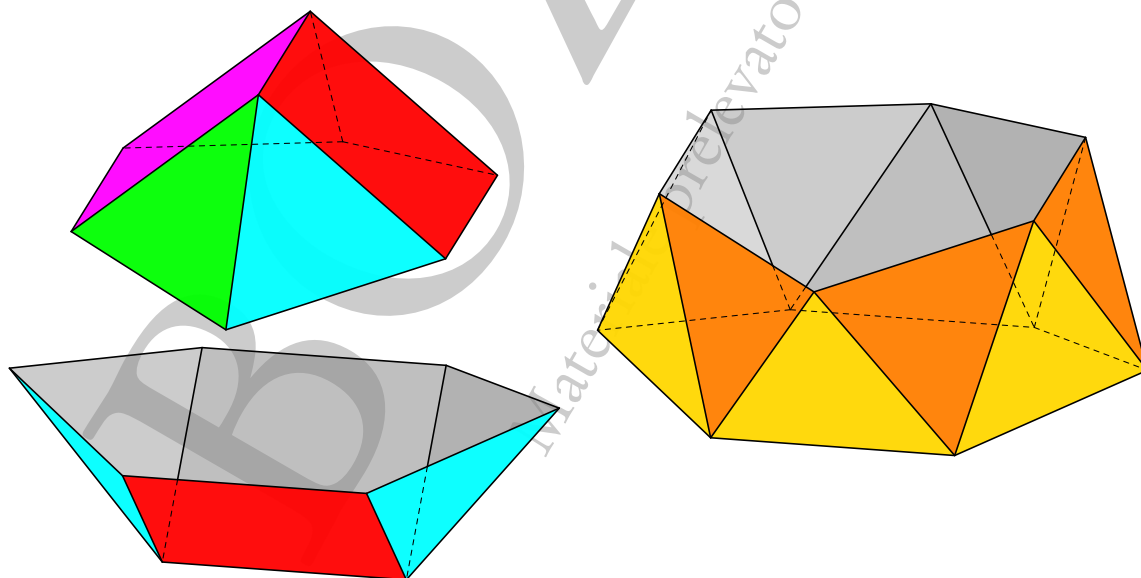


Figura 2.194: J90: separazione dei due “cunei” e della “cintura” che compongono il disfenocingolo

## 2.21.6 J91: Bilunabirotonda

La bilunabirotonda è ottenuta sempre a partire da due lunule tra le quali sono inserite, come mostrato nella figura 2.196, due rotundae appaiate, intendendosi in questo contesto come rotunda un complesso di quattro facce che circondano un vertice di tipo  $\{3, 5, 3, 5\}$ , ovvero due triangoli equilateri e due pentagoni regolari mutuamente opposti.

Assieme alla successiva ebesfenorotunda triangolare contiene anche pentagoni, a differenza degli altri solidi di quest'ultimo gruppo di solidi di Johnson "speciali".

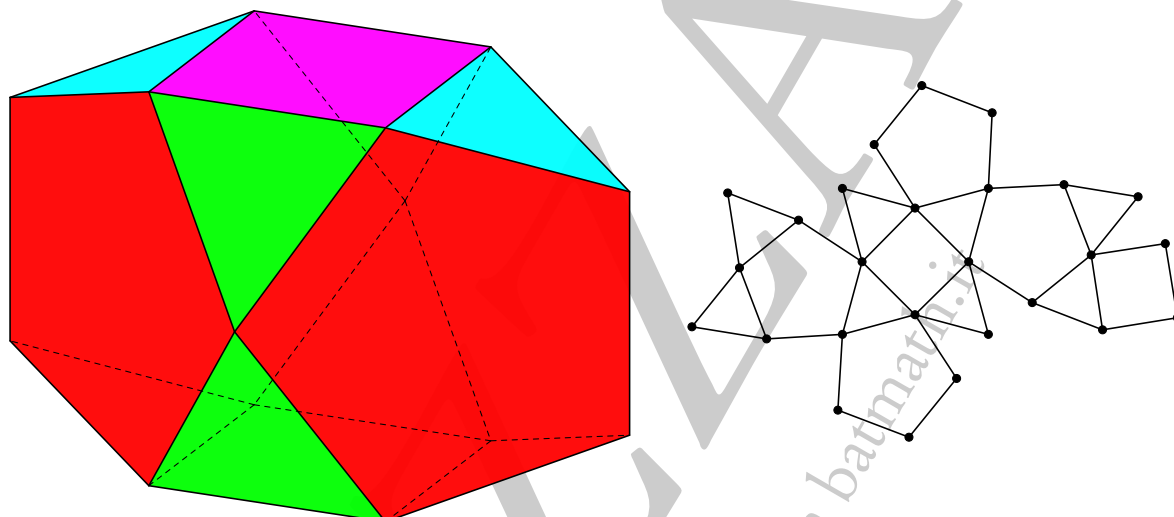


Figura 2.195: J91: la bilunabirotonda e un suo possibile sviluppo piano

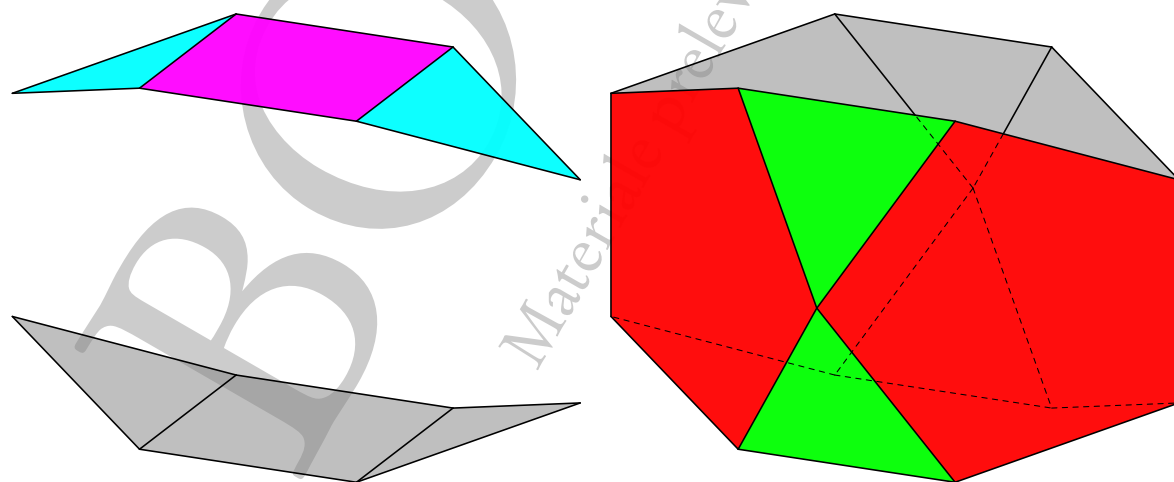


Figura 2.196: J91: le due lunule e le due "rotundae" che compongono la bilunabirotonda

## 2.21.7 J92: Ebesfenorotunda triangolare

L'ultimo dei poliedri di Johnson è quello con struttura più complessa: tre lunule congiunte per un vertice a formare un anello, con da un lato un esagono con tre triangoli attaccati alternativamente a tre lati e dall'altro lato un complesso costituito da un triangolo centrale circondato tra tre ulteriori triangoli e tre pentagoni. In ragione della difficoltà di evidenziarne la struttura, ne proponiamo due diverse proiezioni.

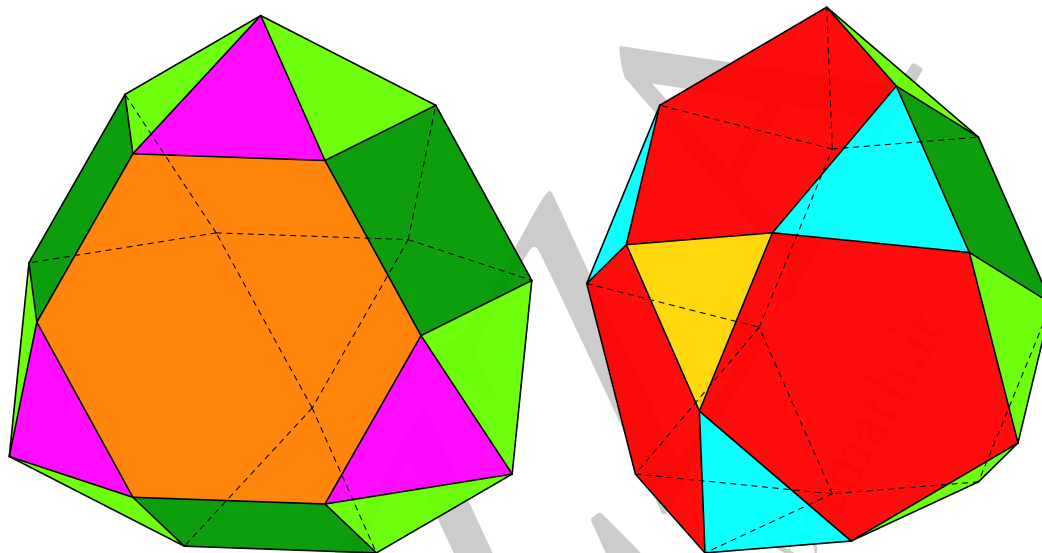


Figura 2.197: J92: *l'ebesfenorotunda triangolare in due diverse proiezioni, che evidenziano ciascuna una delle due "metà" del solido*

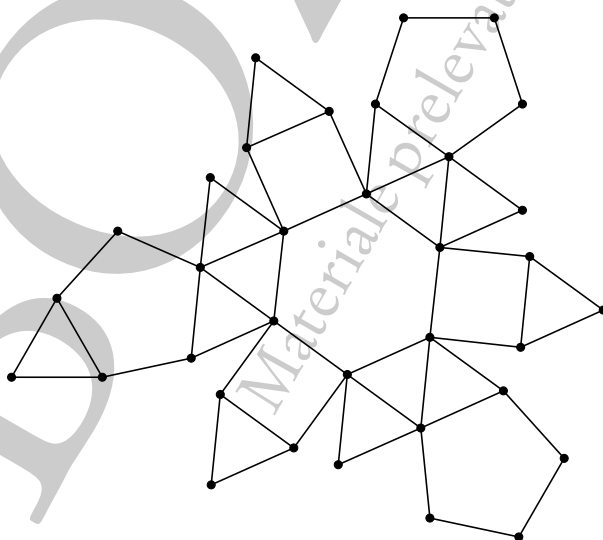


Figura 2.198: J92: *un possibile sviluppo piano dell'ebesfenorotunda triangolare*

Le due figure 2.199 e 2.200 illustrano la composizione del solido in due diverse proiezioni.

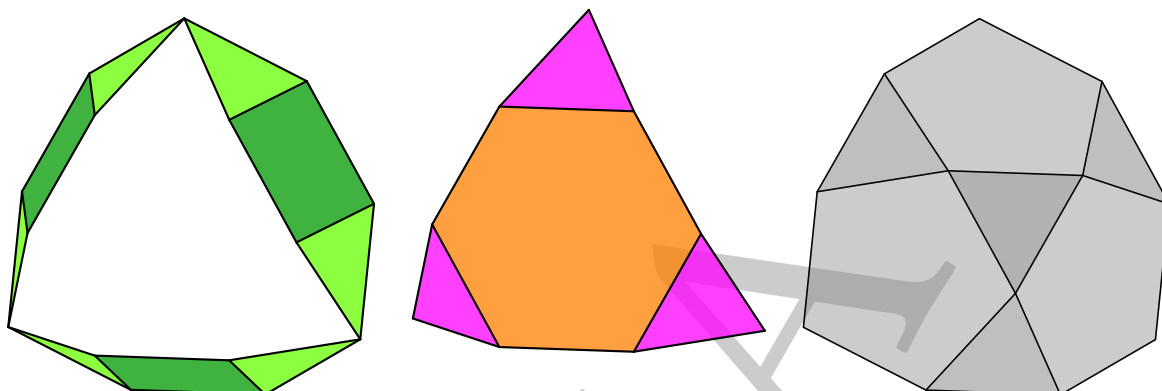


Figura 2.199: J92: l'anello con tre lunule, la "faccia" con un esagono e tre triangoli, la "faccia" con tre pentagoni e tre triangoli circondanti un triangolo centrale, costituenti l'ebesfenorotunda triangolare

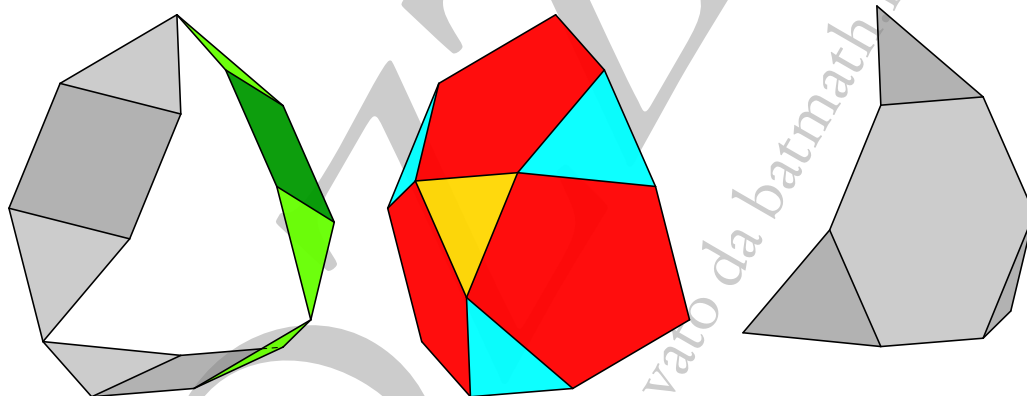


Figura 2.200: J92: i costituenti dell'ebesfenorotunda triangolare in una diversa proiezione rispetto alla figura 2.199

### 3 Johnson “mancati”

Le tecniche costruttive utilizzate per ottenere i poliedri di Johnson possono produrre altri poliedri che, per diversi motivi, non soddisfano i requisiti per essere poliedri di Johnson: in effetti si possono riottenere, con diverse tecniche costruttive, solidi platonici o archimedei, oppure solidi concavi o solidi con almeno due facce complanari la cui unione non è un poligono regolare.

Ne vediamo in questo capitolo alcuni esempi.

#### 3.1 Piramide e bpiramide triangolari giroelongate

Le piramidi quadrata e pentagonale giroelongate danno luogo ai solidi di Johnson J10 e J11, la *piramide triangolare (tetraedro) giroelongata* invece non produce un solido di Johnson perché le tre facce “laterali” triangolari del tetraedro si uniscono con tre facce dell’antiprisma triangolare (cioè dell’ottaedro) a formare dei rombi. Il solido così ottenuto è un *trapezoedro trigonale*, ovvero un poliedro formato da sei identici rombi, a cui è stato rimosso uno dei vertici polari sostituendolo con una faccia triangolare, che potremmo chiamare *trapezoedro trigonale diminuito*.

Situazione simile per la *bipiramide triangolare giroelongata*: in questo caso il solido che si ottiene con il processo di giroelongazione è l’intero trapezoedro trigonale.

La figura 3.1 a sinistra illustra i componenti della piramide triangolare giroelongata, al centro il trapezoedro, a destra evidenzia la complanarità di tre coppie di facce triangolari a formare dei rombi.

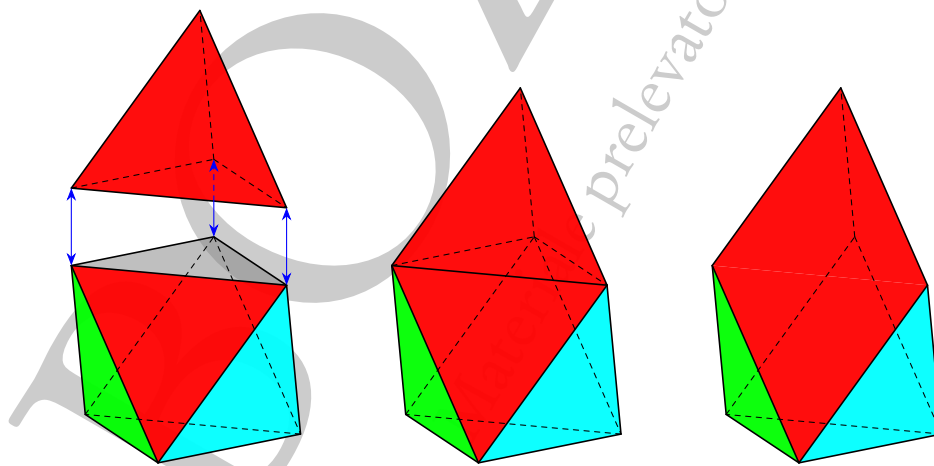


Figura 3.1: La piramide triangolare giroelongata, ovvero il trapezoedro trigonale diminuito

La figura 3.2 illustra la stessa situazione della figura 3.1 per la bipiramide triangolare. Il confronto tra le immagini di destra delle figure 3.1 e 3.2 rende evidente il significato dell’aggettivo *diminuito* usato per il primo caso.

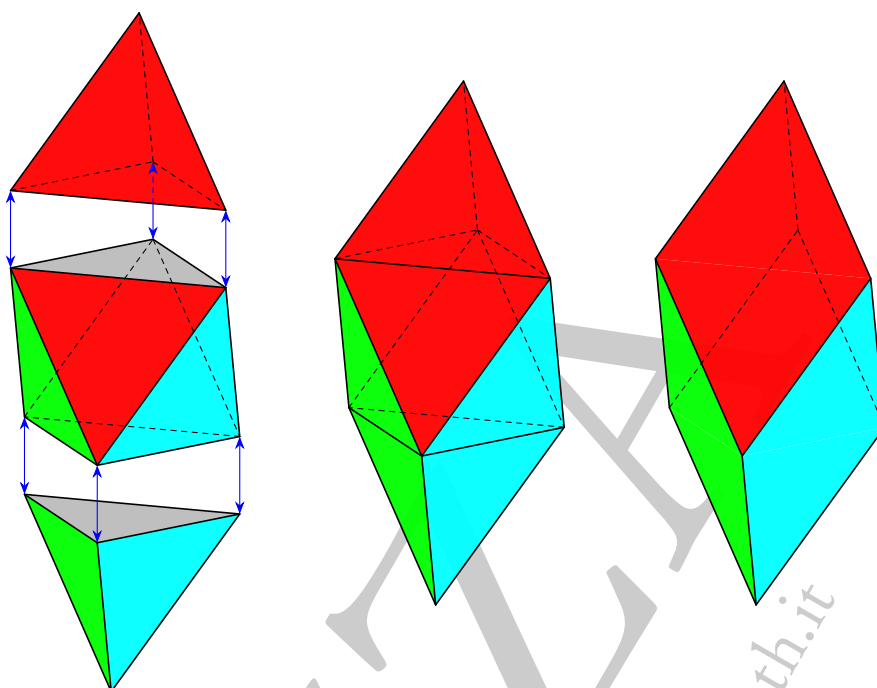


Figura 3.2: *La piramide triangolare giroelongata, ovvero il trapezoedro trigonale*

### 3.2 Bipiramide quadrata

La *bipiramide quadrata* non è altro che l'ottaedro regolare, come mostra la figura 3.3 e come risulta evidente dalla costruzione riportata nel paragrafo 2.1.1 del capitolo 2.

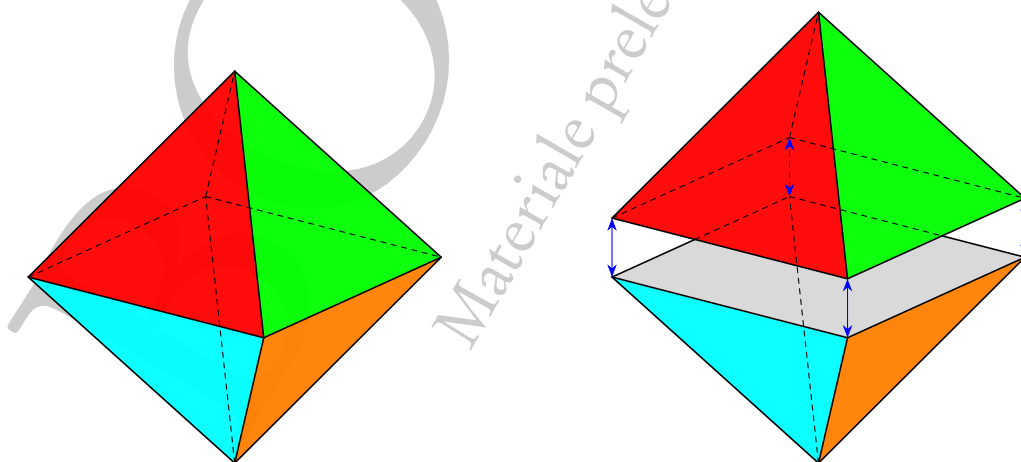


Figura 3.3: *la bipiramide quadrata ovvero l'ottaedro*



### 3.3 Bipiramide pentagonale giroelongata

La *bipiramide pentagonale giroelongata* non è altro che l'icosaedro regolare, come evidenziato nella figura 3.4.

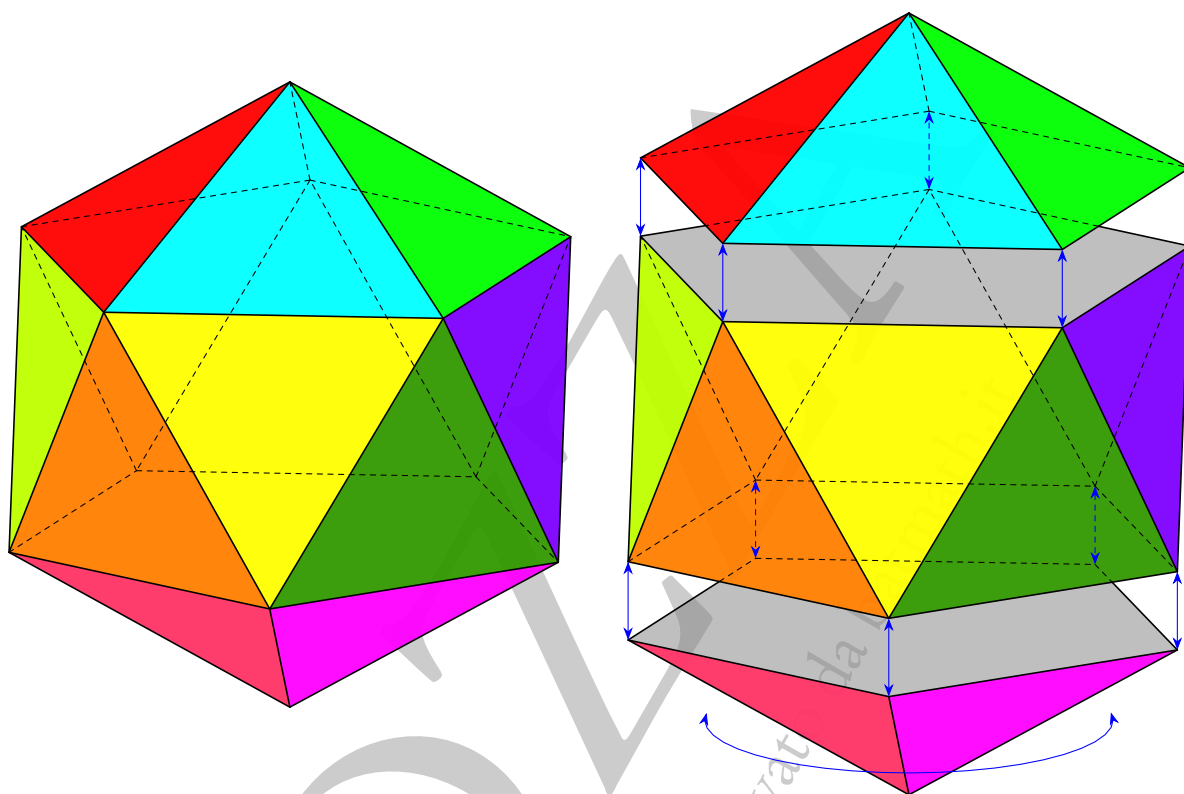


Figura 3.4: la *bipiramide pentagonale giroelongata*, ovvero l'icosaedro

### 3.4 Fastigio e derivati

Come già segnalato nel paragrafo 2.7 del capitolo 2, il prisma triangolare a facce regolari (che fa parte dei solidi semiregolari) può essere interpretato come un *fastigio*, ovvero l'apice di un tetto. In questa interpretazione può anche essere pensato come una cupola in cui la base superiore è un "digono", poligono a due lati sovrapposti, mentre la base inferiore è un quadrato. A partire dal fastigio si possono costruire altri poliedri, con le tecniche usuali per costruire i poliedri di Johnson, ottenendo però un poliedro a facce regolari solo nel caso del *girobifastigio*, considerato nel paragrafo 2.7.1 del capitolo 2. Ci occupiamo in questo paragrafo degli altri solidi.

Cominciamo con il proporre il fastigio vero e proprio e il *fastigio elongato*: del primo abbiamo già parlato, il secondo ha due facce complanari costituite da pentagoni non regolari unione di un triangolo e un quadrato.

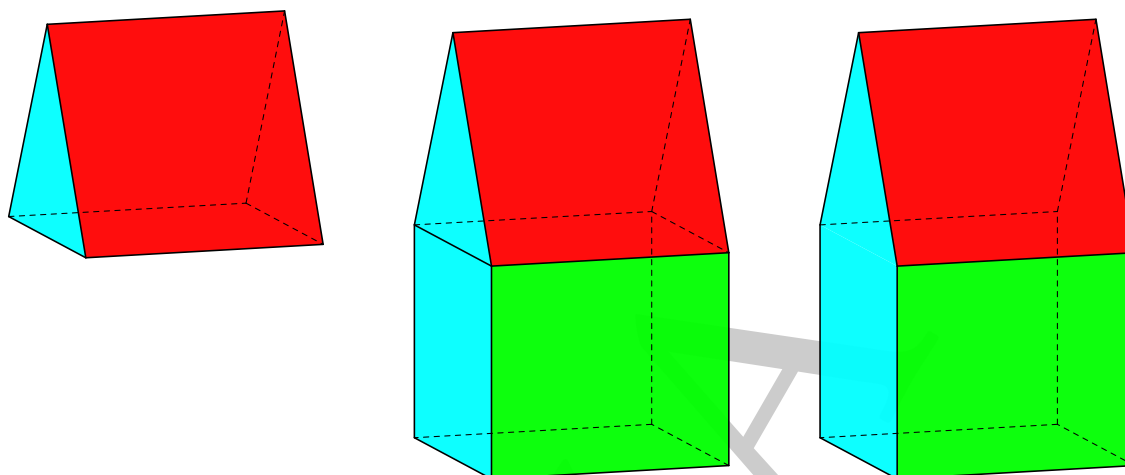


Figura 3.5: Il fastigio e il fastigio elongato con evidenziazione delle due facce pentagonali

Il *fastigio giroelongato*, ovvero il fastigio a cui è incollato un antiprisma quadrato è un poliedro concavo, il *bifastigio* ha due facce rombiche ottenute dall'unione di due triangoli equilateri: il tutto è illustrato nella figura 3.6.

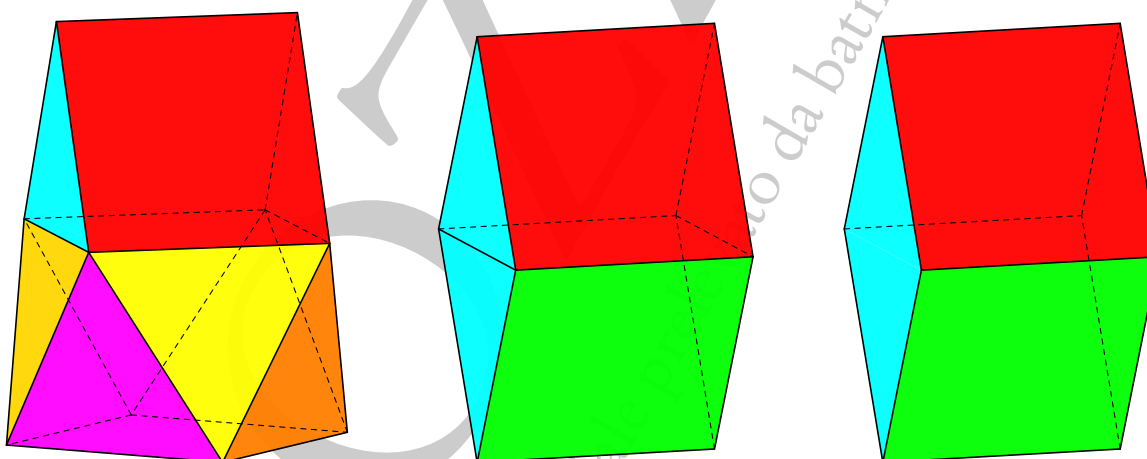


Figura 3.6: Il fastigio giroelongato e il bifastigio, con evidenziazione delle due facce rombiche

Le ultime tre possibilità di applicazione delle tecniche standard per produrre poliedri di Johnson con la tecnica del “taglia e incolla” a partire da solidi platonici o archimedeei comprendono l'elongazione del bifastigio o del girobifastigio e la giroelongazione del bifastigio.

I poliedri ottenuti non sono di Johnson in quanto il *bifastigio elongato* ha due facce esagonali regolari ottenute dall'unione di un quadrato e un triangolo equilatero su due lati opposti, il *girobifastigio elongato* ha quattro facce pentagonali irregolari ottenute dall'unione di un quadrato e un triangolo equilatero, il *bifastigio giroelongato* è un poliedro concavo, anche se a facce tutte regolari, come già il fastigio giroelongato.

Queste tre situazioni sono illustrate nella figura 3.7.

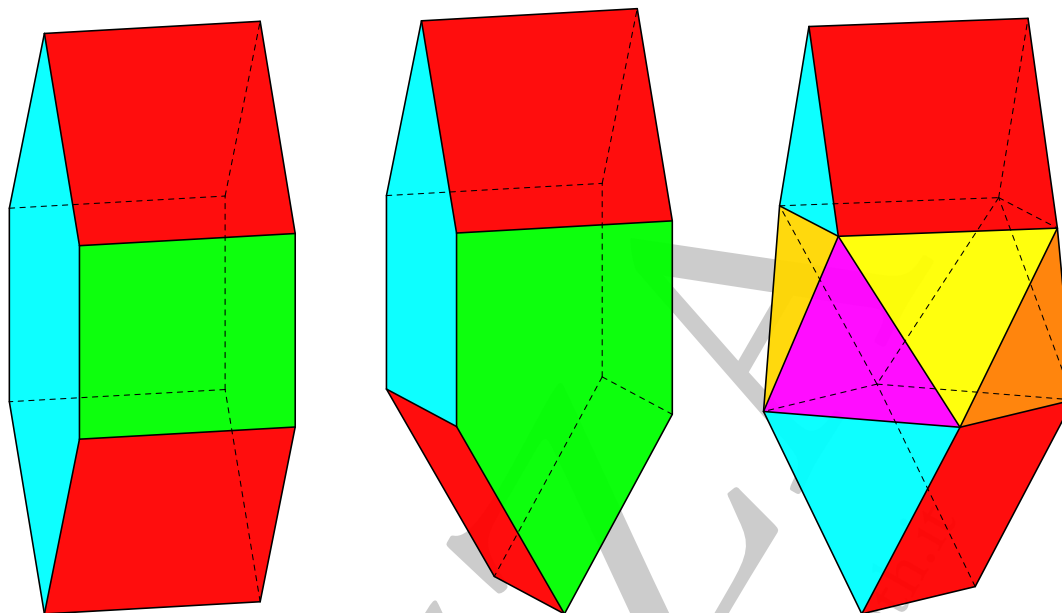


Figura 3.7: *Il bifastigio elongato, il girobifastigio elongato e il bifastigio giroelongato*

### 3.5 Girobicipola triangolare

La *girobicipola triangolare* non è altro che il cubottaedro, come mostra la figura 3.8 e come è evidente dalla costruzione della cupola triangolare nel paragrafo 2.2.1 del capitolo 2.

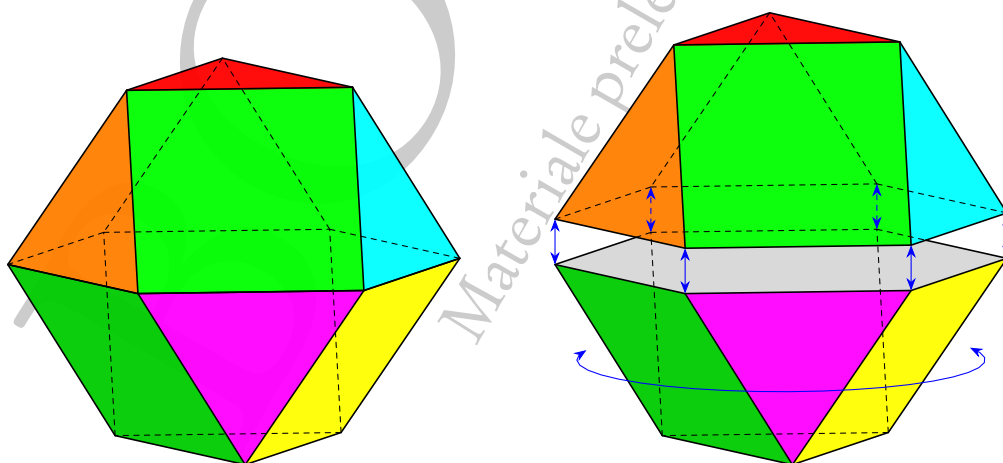


Figura 3.8: *La girobicipola triangolare, ovvero il cubottaedro*

### 3.6 Ortobicupola quadrata elongata

L'*ortobicupola quadrata elongata* non è altro che il rombicubottaedro, come mostra la figura 3.9 e come è evidente dalla costruzione della cupola quadrata nel paragrafo 2.2.2 del capitolo 2.

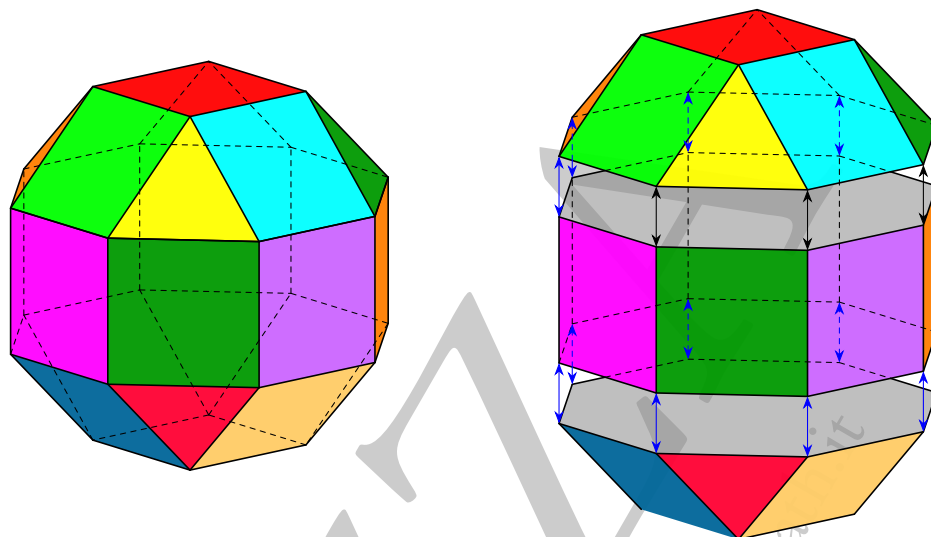


Figura 3.9: *l'ortobicupola quadrata elongata, ovvero il rombicubottaedro*

### 3.7 Girobirotunda pentagonale

La *girobirotunda pentagonale* non è altro che l'icosidodecaedro, come mostra la figura 3.10 e come è evidente dalla costruzione della rotunda pentagonale nel paragrafo 2.2.4 del capitolo 2.

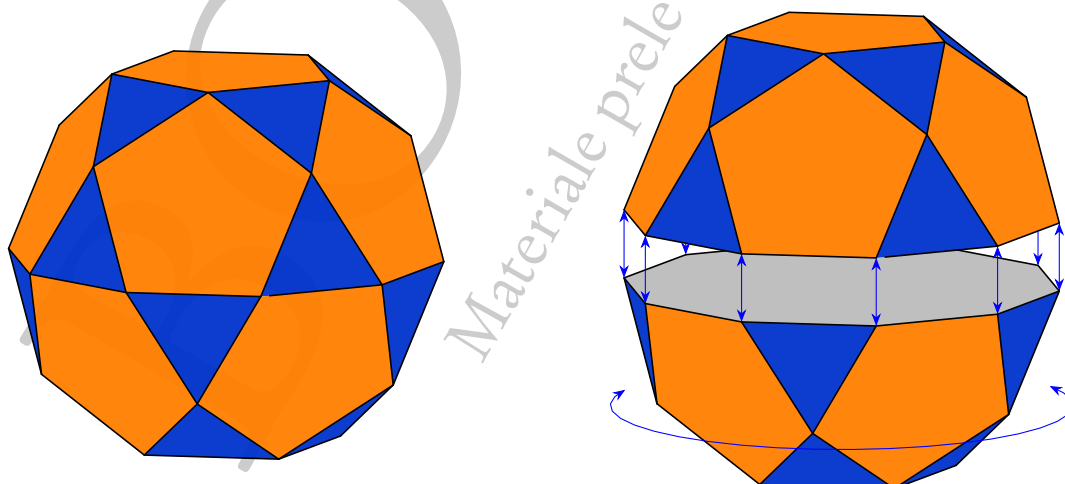


Figura 3.10: *La girobirotunda pentagonale ovvero l'icosidodecaedro*

### 3.8 Dodecaedro aumentato non convesso

Il dodecaedro si può aumentare con piramidi, al fine di ottenere un poliedro a facce regolari, come visto nel paragrafo 2.15 del capitolo 2. Tuttavia, come già menzionato, le piramidi non possono essere a due a due adiacenti perché il poliedro così ottenuto è concavo. La riprova si ha esaminando il dodecaedro regolare elevato di Luca Pacioli e se ne può trovare conferma nella figura 3.11.

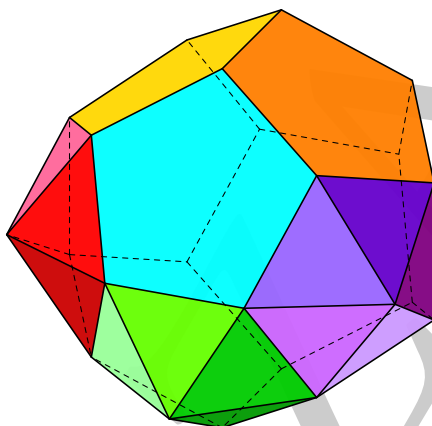


Figura 3.11: *Il dodecaedro aumentato con tre piramidi pentagonali a due a due adiacenti*

### 3.9 Cubo troncato con aumenti

Anche nel caso del cubo troncato, gli aumenti con cupole quadrate devono essere fatti in maniera opportuna per non ottenere facce complanari che non sono regolari e per non ottenere poliedri concavi. Si esamini la figura 3.12 dove a sinistra è mostrato un aumento che produce facce rombiche, a destra un aumento che produce un poliedro concavo.

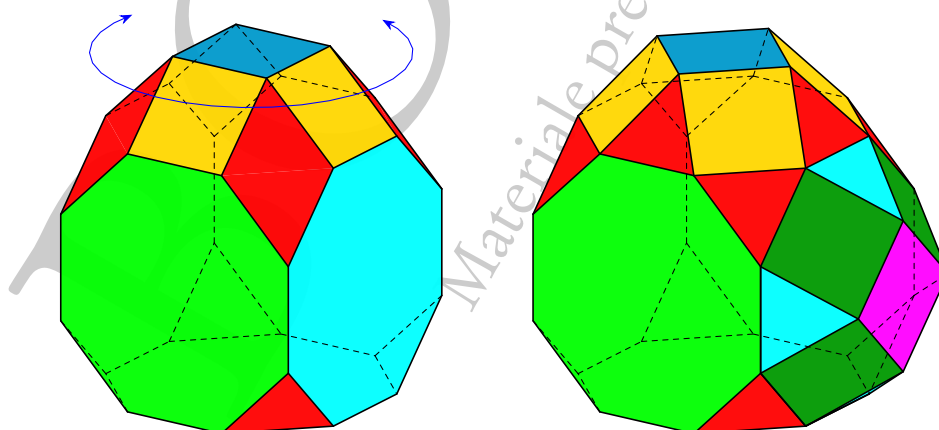


Figura 3.12: *Cubo troncato aumentato con una cupola quadrata girata e due cupole adiacenti*

## 3.10 Dodecaedro troncato con aumenti

Sostanzialmente identico al caso del cubo troncato è quello del dodecaedro troncato, dove gli aumenti si fanno con cupole pentagonali. Si esamini la figura 3.13.

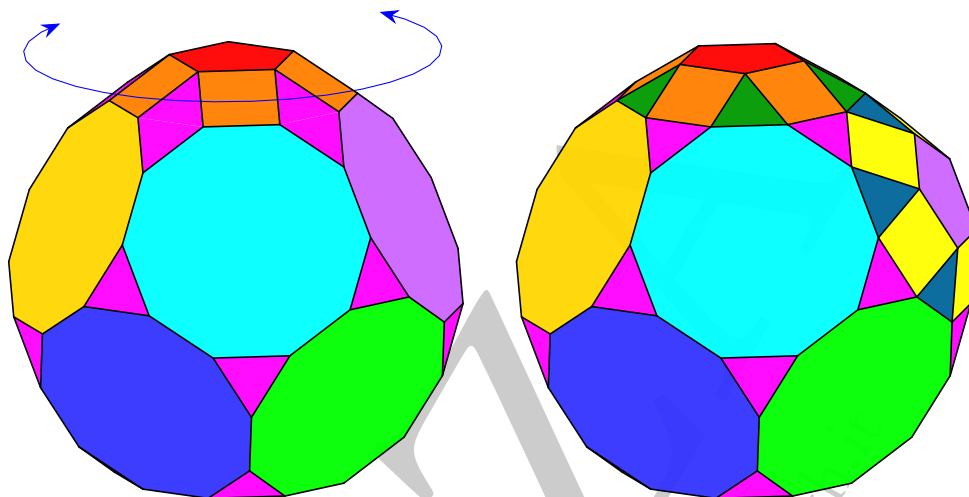


Figura 3.13: *Dodecaedro troncato aumentato con una cupola pentagonale girata e due cupole adiacenti*

## 4 Quasi solidi di Johnson

I solidi di Johnson sono poliedri strettamente convessi a facce poligonali regolari. Mantenendo la condizione di convessità si possono considerare numerosi solidi che hanno alcune facce regolari e alcune quasi regolari. Non si tratta di una definizione precisa e in effetti questo tipo di solidi non costituiscono una categoria ben delimitata: tutto dipende da che cosa si intende con poligono “quasi regolare”. In inglese il nome usato per questo tipo di poliedri è *Near misses*.

In pratica questi solidi possono essere costruiti con modellini di carta che utilizzano solo poligoni regolari, senza che la discrepanza sulla saldatura delle facce sia evidente.

Essendo chiaramente il numero di costruzioni realizzabili infinito, non è possibile farne una trattazione esaustiva: ne proponiamo in questo capitolo alcuni esempi che ci sono parsi molto significativi, segnalando anche che non esiste una nomenclatura ufficiale, se non per pochi casi. In questo capitolo abbiamo seguito la nomenclatura più comune, se esistente, altrimenti abbiamo considerato una proprietà essenziale del poliedro per assegnare un nome.

### 4.1 Tetrated Dodecaedro

Solido con 28 facce, 28 vertici e 54 lati (in accordo con la formula di Eulero): dodici pentagoni regolari, disposti in quattro pannelli di tre pentagoni, quattro triangoli equilateri e sei coppie di triangoli isosceli uniti per la base, in cui la base è circa 1.07 volte più lunga degli altri lati.

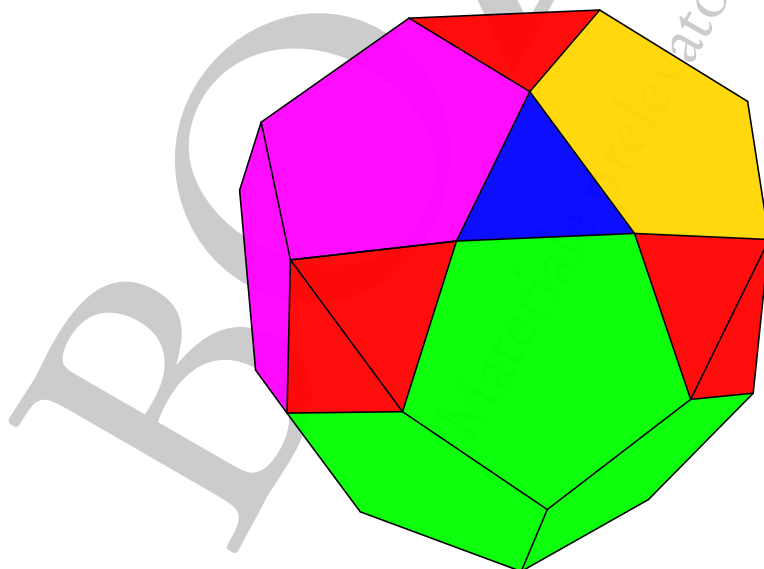


Figura 4.1: *Il Tetrated Dodecaedro, un solido “quasi Johnson”*

## 4.2 Poliedro con facce dodecagonali

Solido con 38 facce, 60 vertici, 96 spigoli (ovviamente sempre in accordo con la formula di Eulero): 4 dodecagoni regolari, 12 pentagoni quasi regolari, 18 quadrilateri quasi regolari, 4 triangoli equilateri.

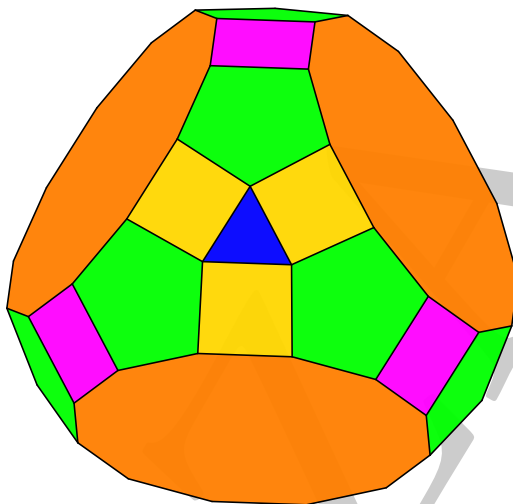


Figura 4.2: Poliedro a facce dodecagonali, un solido “quasi Johnson”

## 4.3 Poliedro con facce ennagonali

Solido con 38 facce, 48 vertici e 84 spigoli: otto ennagoni regolari, sei quadrati e 24 triangoli quasi regolari.

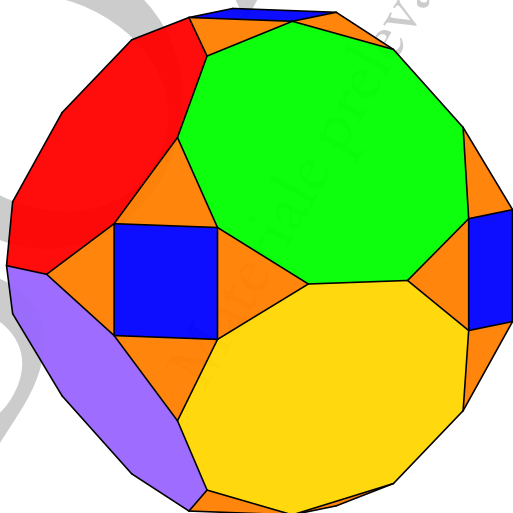


Figura 4.3: Poliedro a facce ennagonali, un solido “quasi Johnson”



#### 4.4 Poliedro a facce decagonali, a spigoli uguali

Solido con 50 facce, 72 vertici e 120 spigoli: 12 decagoni quasi regolari, 6 quadrati, 32 triangoli equilateri.

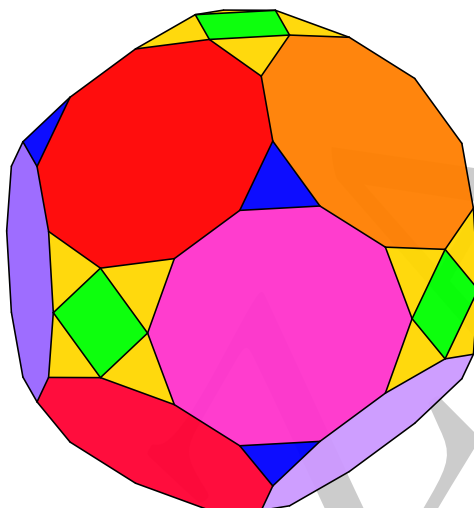


Figura 4.4: *Poliedro a facce decagonali, a spigoli uguali, un solido "quasi Johnson"*

#### 4.5 Poliedro a facce endecagonali

Solido con 86 facce, 144 vertici e 228 spigoli: 24 endecagoni quasi regolari, 6 quadrati, 56 triangoli quasi equilateri.

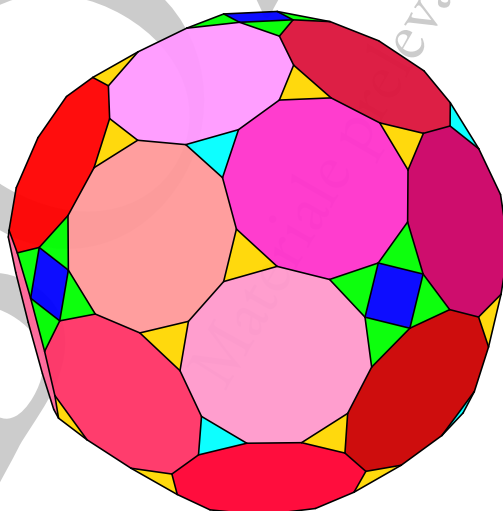


Figura 4.5: *Poliedro a facce endecagonali, un solido "quasi Johnson"*

#### 4.6 Poliedro a facce decagonali-dodecagonali, a spigoli uguali

Chiudiamo questa breve rassegna con uno spettacolare solido con 122 facce, 240 vertici, 360 spigoli: 30 dodecagoni quasi regolari, 12 decagoni regolari, 80 triangoli equilateri.

La non regolarità delle facce dodecagonali è difficilmente apprezzabile, anche in considerazione del fatto che gli spigoli sono tutti uguali.

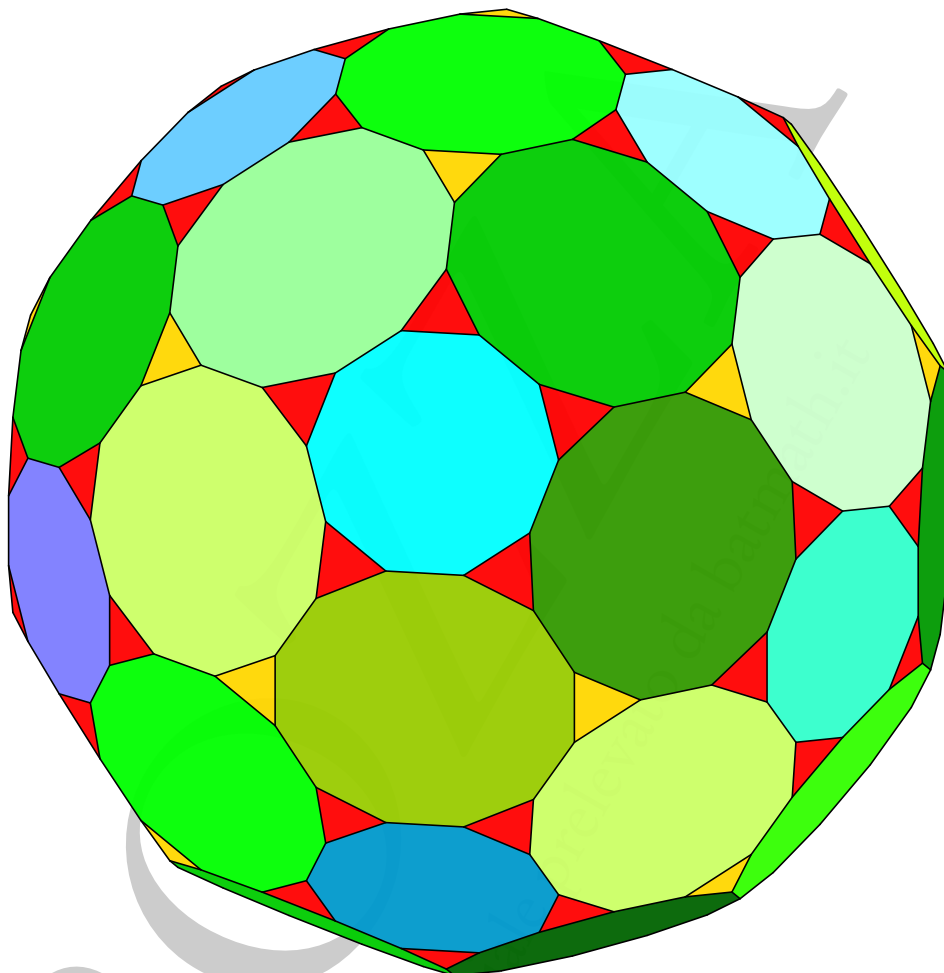


Figura 4.6: Poliedro a facce decagonali e dodecagonali a spigoli uguali, un solido “quasi Johnson”

## Bibliografia

- [1] Fabio Acerbi. *EUCLIDE Tutte le opere*. Milano: Bompiani, 2007.
- [2] Eric Aiton, Judith V. Field e A.M. Duncan. *The Harmony of the World by Johannes Kepler*. Philadelphia: American Philosophical Society, 1997.
- [3] Tomaso Aste e Weaire Denis. *The Pursuit of perfect Packing*. New York: Taylor & Francis Group, 2008.
- [4] Jean Paul Albert Badoureau. «Mémoire sur les figures isoscèles». In: *Journal de l'École polytechnique* 49 (1881), pp. 47–172.
- [5] Daniel Barbaro. *La pratica della Perspectiva*. Venezia: Camillo e Rutilio Borgominieri, 1669.
- [6] Marcel Berger. *Géométrie vivante ou L'échelle de Jacob*. Paris: Cassini, 2009.
- [7] Max Bruckner. *Vielecke und Vielfache*. Leipzig: Teubner, 1900.
- [8] Richard Buckminster Fuller. *Synergetics - Explorations in the Geometry of Thinking*. London: Macmillan Publishing, 1975.
- [9] Francis Buekenhout e Monique Parker. «The number of nets of the regular polytopes in dimension  $\leq 4$ ». In: *Discrete Mathematics* 186 (1998).
- [10] Federico Commandino. *Pappi Alexandrini Mathematicae Collectiones*. Bologna: Ex Typographia HH. de Duccijs, 1660.
- [11] Harold Scott MacDonald Coxeter. *Introduction to Geometry - Second Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [12] Harold Scott MacDonald Coxeter. *Regular Polytopes*. London: Methuen & Co. Ltd., 1948.
- [13] Harold Scott MacDonald Coxeter e Rouse Ball. *Mathematical Recreations and Essays*. New York: The Macmillan Company, 1947.
- [14] Harold Scott MacDonald Coxeter e Patrick Du Val. *The Fifty-Nine Icosahedra*. New York: Springer, 1982.
- [15] Harold Scott MacDonald Coxeter e Samuel Greitzer. *Geometry Revisited*. New York: The Mathematical Association of America, 1967.
- [16] Harold Scott MacDonald Coxeter, Michael Selwyn Longuet-Higgins e Jeffrey Charles Percy Miller. «Uniform Polyhedra». In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. A 246.916 (1954), pp. 401–450.
- [17] Keith Critchlow. *Order in space, a design source book*. New York: Thames e Hudson Inc., 1987.
- [18] Hallard T. Croft, Kenneth J. Falconer e Richard K. Guy. *Unsolved Problems in Geometry*. New York: Springer, 1991.

- [19] Peter R. Cromwell. *Polyhedra*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [20] Henry Martin Cundy e A.P. Rollett. *Mathematical Models*. Oxford: Oxford University Press, 1961.
- [21] Maria Dedó. *Forme, simmetria e topologia*. Bologna: Zanichelli, 1999.
- [22] Albrecht Dürer. *Underweisung der Messung*. Nuremberg: Hieronymus Formschneyder, 1538.
- [23] Robert Ferréol. *Encyclopédie des formes remarquables, Courbes, Surfaces, Fractals, Polyèdres*. 2017. URL: <http://www.mathcurve.com>.
- [24] Judith V. Field. «Rediscovering the Archimedean Polyhedra: Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci, Albrecht Durer, Daniele Barbaro, and Johannes Kepler». In: *Archive for History of Exact Sciences* 50 (1997).
- [25] Martin Gardner. «On the remarkable Császár polyhedron and its applications in problem solving». In: *Scientific American* 232.5 (1975).
- [26] Francesco Giovannetti. *Le tassellazioni dello spazio*. Capitolo 8 del laboratorio didattico-scientifico *Poliedri in pezzi*. 2012. URL: [http://www.labfrancoconti.it/public/lab\\_conti/LAB/DOCUMENTAZIONE/08-Letassellazionidellospazio.pdf](http://www.labfrancoconti.it/public/lab_conti/LAB/DOCUMENTAZIONE/08-Letassellazionidellospazio.pdf).
- [27] Michael Goldberg. «A class of Multi-Symmetric Polyhedra». In: *Tohoku Mathematical Journal* 42 (1937).
- [28] Michael Goldberg. «Unstable Polyhedral Structures». In: *Mathematics Magazine* 51 (1978).
- [29] Branko Grünbaum. *Convex Polytopes*. New York: Springer, 2003.
- [30] Adolf Edmund Hess. «Über vier Archimedäische Polyeder höherer Art». In: *Schriften der Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaften zu Marburg* 11.4 (1878), pp. 261–271.
- [31] Wenzel Jamnitzer. *Perspectiva Corporium Regularium*. Nuremberg: Jost Amman, 1568.
- [32] Normann Johnson. «Convex Solids with Regular Faces». In: *Canadian Journal of Mathematics* 18 (1966).
- [33] Jay Kappraf. *Connections - The Geometric Bridge Between Art and Science*. Singapore: World Scientific, 2001.
- [34] Miyuki Kawamura. *Polyhedron Origami for Beginners*. Tokyo: Nihon Vogue Company, 2001.
- [35] Giovanni Keplero. *Harmonices Mundi*. Linz, Austria: Johannes Planck, 1619.
- [36] Lazar Aronovich Lyusternik. *Convex Figures and Polyhedra*. Boston: D.C.Heath e Company, 1966.
- [37] John Montroll. *A Constellation of Origami Polyhedra*. New York: Dover Publications, 2004.
- [38] John Montroll. *A Pletora of Polyhedra in Origami*. New York: Dover Publications, 2002.
- [39] Edith Mooers. *Tammes's Problem*. 1994. URL: <http://www.uvm.edu/pdodds/files/papers/others/1994/mooers1994a.pdf>.
- [40] Luca Pacioli. *Divina proportione*. Venezia: Paganio Paganino, 1509.
- [41] Clifford Alan Pickover. *The Math Book*. New York: Sterling Publishing, 2009.

- [42] Johann Pitsch. «Über Halbreguläre Sternpolyeder». In: *Zeitschrift für das Realschulwesen* 6 (1881), pp. 9–24, 64–65, 72–89, 216.
- [43] Edward S. Popko. *Divided Spheres*. New York: CRC Press - Taylor & Francis Group, 2012.
- [44] Anthony Pugh. *Polyhedra, a visual approach*. Berkeley e Los Angeles: University of California Press, 1976.
- [45] David S. Richeson. *Euler's Gem - The Polyhedron Formula and the Birth of Topology*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2008.
- [46] Jean Francois Rotgé. «Rotating Polyhedra with Congruent Plane Pentagonal Faces». In: *Structural Topology* 9 (1984).
- [47] Marjorie Senechal. *Shaping Space*. New York: Springer, 2013.
- [48] John Skilling. «The complete Set of Uniform Polyhedra». In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. A 278.1278 (1975), pp. 111–135.
- [49] S.P. Sopov. «A proof of the completeness of the list of elementary homogeneous polyhedra». In: *Ukrainskii geometricheskii sbornik* 8 (1970), pp. 139–156.
- [50] Walter Steurer e Sofia Deloudi. *Crystallography of Quasicrystals - Concepts, Methods and Structures*. Berlin: Springer, 2009.
- [51] Alicia Boole Stott. «Geometrical deduction of semiregular from regular polytopes and space fillings». In: *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen* XL.1 (1910).
- [52] Geneviève Tulloue. *Figures animées pour la Physique*. 2017. URL: [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/).
- [53] Eric W. Weisstein. *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall/CRC, 2003.
- [54] David Wells. *The Penguin Dictionary of curious and interesting Geometry*. London: Penguin Books, 1991.
- [55] Magnus Joseph Wenninger. *Dual Models*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
- [56] Magnus Joseph Wenninger. *Polyhedron Models*. Cambridge: Cambridge University Press, 1971.
- [57] Magnus Joseph Wenninger. *Spherical Models*. Cambridge: Cambridge University Press, 1979.
- [58] Robert Williams. *The Geometrical Foundation of Natural Structure - A Source Book of Design*. New York: Dover Publications, 1972.

BOZZA

*Materiale prelevato da batmath.it*

## Indice analitico

- antiprisma panciuto, 86
- bifastigio elongato, 102  
bifastigio giroelongato, 102  
bilunabiotonda, 96  
bipiramide pentagonale elongata, 17, 18  
bipiramide pentagonale giroelongata, 101  
bipiramide quadrata, 100  
bipiramide quadrata elongata, 16  
bipiramide triangolare elongata, 15  
bipiramide triangolare giroelongata, 99  
bipiramidi, 14
- cingolo, 95  
corona, 88  
cupola decagonale, 7  
cupola esagonale, 5  
cupola ottagonale, 6  
cupola pentagonale, 7  
cupola pentagonale elongata, 21  
cupola pentagonale giroelongata, 25  
cupola quadrata, 6  
cupola quadrata elongata, 20  
cupola quadrata giroelongata, 24  
cupola triangolare, 5  
cupola triangolare elongata, 19  
cupola triangolare giroelongata, 23
- deltaedro, 14  
disfenocingolo, 95  
dodecaedro siamese, 83
- ebsfenomegacorona, 93
- fastigio, 27, 101  
fastigio elongato, 101
- fastigio giroelongato, 102
- giro-icosidodecaedro, 33  
giro-rombicubottaedro, 36  
girobicupola triangolare, 103  
girobifastigio, 27  
girobifastigio elongato, 102  
girobirotunda pentagonale, 104  
girocubottaedro, 28
- icosaedro diminuito, 13, 57
- lunula, 88
- megacorona, 91  
metabiaumentato, 48
- Near misses, 107
- ortobicupola quadrata elongata, 104
- parabiaumentato, 48  
piramide pentagonale, 4  
piramide pentagonale elongata, 11  
piramide pentagonale giroelongata, 13  
piramide quadrata, 3  
piramide quadrata elongata, 10  
piramide quadrata giroelongata, 12  
piramide triangolare elongata, 9  
piramide triangolare giroelongata, 99  
poliedro di Miller, 36  
pseudorombicubottaedro, 36
- rotunda, 8  
rotunda decagonale, 8  
rotunda pentagonale, 8  
rotunda pentagonale elongata, 22

rotunda pentagonale giroelongata, [26](#)

sfenocorna aumentata, [90](#)

solidi chirali, [43](#)

trapezoedro trigonale, [99](#)

trapezoedro trigonale diminuito, [99](#)

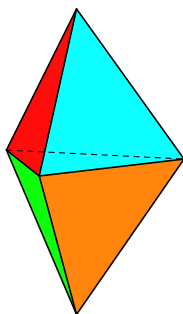
BOZZA  
Materiale prelevato da [batmath.it](http://batmath.it)



BOZZA

Materiale prelevato da [batmath.it](http://batmath.it)

In ultima di copertina: *Bipiramide triangolare, Prisma triangolare triaumentato, Dodecaedro triaumentato, Antiprisma quadrato camuso, Biluna birotunda.*

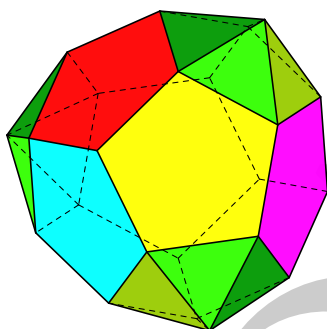
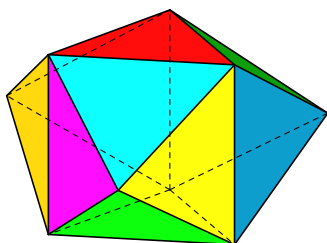


## Fantastici Poliedri 3 - Solidi di Johnson

Luciano Battaia

<http://www.batmath.it>

Versione 1.0 del 22 maggio 2019



Questo fascicolo fa parte di una serie dedicata ai poliedri. Non si tratta di una pubblicazione teorica, quanto piuttosto di una raccolta di immagini e di indicazioni grafiche sulle tecniche costruttive. La maggior parte delle immagini sono realizzate esclusivamente con  $\text{\LaTeX}$  e il pacchetto grafico Tikz.

Luciano Battaia

Già docente di matematica e fisica presso il Liceo Scientifico Grigoletti di Pordenone. Già titolare di corsi di insegnamento e di corsi di esercitazioni di Matematica di Base, Analisi Matematica, Istituzioni di Analisi, Matematica Generale, Matematica e Statistica, Matematica e Biomatematica, Meccanica Razionale, Fisica Matematica, presso le Università di Padova, Trieste e Udine. Attualmente docente di Matematica presso l'Università Ca' Foscari di Venezia e di Matematica per il Design presso l'Istituto Superiore per le Industrie Artistiche di Roma, sede di Pordenone.

